مجلة تنمية الرافدين

اسم المقال: استخدام نماذج ARch (p) و GARCH (q,p) لتمثيل البيانات اليومية لمرضى الاطفال
اسم الكاتب: هبة لقمان أمين، أ.د. صفاء يونس الصفاوي
رابط ثابت: https://political-encyclopedia.org/index.php/library/3548
تاريخ الاسترداد: 2026/11/02 22:54 +03

الموسوعة السياسيّة هي مبادرة أكاديمية غير هادفة للربح، تساعد الباحثين والطلاب على الوصول واستخدام وبناء مجموعات أوسع من المحتوى العلمي العربي في مجال علم السياسة واستخدامها في الأرشيف الرقمي الموثوق به لإغناء المحتوى العربي على الإنترنت.
لمزيد من المعلومات حول الموسوعة السياسيّة - Encyclopedia Political، يرجى التواصل على info@political-encyclopedia.org

استخدامكم لأرشيف مكتبة الموسوعة السياسيّة - Encyclopedia Political يعني موافقتك على شروط وأحكام الاستخدام المتاحة على الموقع https://political-encyclopedia.org/terms-of-use

تم الحصول على هذا المقال من موقع مجلة تنمية الرافدين كلية الإدارة والاقتصاد / جامعة الموصل ورفده في مكتبة الموسوعة السياسيّة مستوفياً شروط حقوق الملكية الفكريّة ومتطلبات رخصة المشاع الإبداعي التي ينضوي المقال تحتها.

تـنـمية الرافديـن
ملحق العدد ١١٤ المجلد ٣٥ لسنة ٢٠١٣

استخدام نماذج ARch(p) و GARCH(p,q) لتمثيل البيانات اليومية لمرضى الاطفال

Using models (P) ARCH and (p,q) GARCH With Daily Data Application for Children Patients

هبة لقمان أمين
باحثة– قسم الإحصاء والمعلوماتية
كلية علوم الحاسوب والرياضيات
جامعة الموصل
Heba L. Ameen ت
Researcher

الاستاذ الدكتور صفاء يونس الصفاوي
استاذ– قسم الإحصاء والمعلوماتية
كلية علوم الحاسوب والرياضيات
جامعة الموصل
Saffa'a Y. Al-Saffawi (PhD)
Professor

Department of Statistics and Informatics ت
College of Computer Science and Mathematics
University of Mosul
Iraq_mosal@yahoo.com
ssfawee@yahoo.com

تأريخ استلام البحث ٢٠١٢/١١/٤
تأريخ قبول النشر ٢٠١٣/٤/١

المستخلص

إن دراسة السلاسل الزمنية تشمل عدة مواضيع من بينها الاستقرارية، وإن نماذج السلاسل الزمنية إما أن تكون مستقرة أو غير مستقرة، لذلك ندرس كيفية معالجة السلسلة الزمنية غير المستقرة، كي تكون السلسلة الزمنية مستقرة إذا كانت في حالة موازنة إحصائية أي إن خصائصها لا تتأثر بالزمن وتكون السلسلة الزمنية غير مستقرة من الدرجة الثانية إذا لم تتضمن وسطاً وتبايناً ثابتين، وتتضمن هذه الرسالة تحليل سلسلة زمنية تمثل الدخول اليومي للمرضى في مستشفى ابن الأثير التعليمي باستخدام نماذج ARIMA(p,d,q) الخطية ونماذج GARCH(p,q) اللاخطية وكيفية معالجة السلسلة الزمنية غير المستقرة لكلا الأنموذجين، مع تأكيد استقرارية تنبؤات التباين المشروط لنماذج GARCH وبيان اقتراب هذه التنبؤات من التباين غير المشروط للأنموذج GARCH، وتم اختيار نماذج لتمثيل هذه السلسلة منها الأنموذج الخطي ARIMA(4,1,3) والأنموذج اللاخطي GARCH(1,1) وباستخدام معايير ضبط الدقة (MSE,MAE,MAPE) لاختيار الأفضل لتمثيل البيانات تم اختيار الأنموذج GARCH(1,1) كأفضل أنموذج .

الكلمات المفتاحية: عدم الاستقرارية، التباين المشروط، نماذج ARIMA، نماذج GARCH .

Abstract

The study of the time series includes stationary. The time series models may be stationary or non- stationary, so we study how to deal with the non-stationary time series. The time series be stationary if it was in a statistical equilibrium case and this means that its characteristics don't influence by time .While it be non- stationary if it doesn't include a stable mean and unstable variance.

This research includes the analysis of time series representing daily access to patients in Ibn AL-Atheer Teaching Hospital by using the linear ARIMA and non-linear model GARCH (P, q) and how to treat the unstable time series for both types, with empazising stability of the conditional variances predition for GARCH model, and showing to be near to the unconditional variance for GARH model. And choosing models to present these series including linear model ARIMA (4, 1, 3) and non- linear model GARH (1,1). by using (MSE, MAE, MAPE) criteria, of accuracy check to choose the best model from the selected models, by choosing GARCH (1, 1) as the best model.

key words: Nonstationary, Conditional Variance, ARIMA Modeling, GARCH Modeling

نماذج السلاسل الزمنية

تقسم على قسمين :

١- النماذج الخطية [Palit & Popovic, 2005, 27]:

يتم بناء هذه النماذج باستخدام تحليل الانحدار التي هي عبارة عن مجموعة من الطرائق لدراسة العلاقات بين المتغيرات من أجل التقدير والتنبؤ بقيم متغير واحد باستخدام قيم المتغيرات الأخرى الداخلة في سلسلة زمنية مشتركة.

والنماذج الخطية الشائعة هي:

١. أنموذج الانحدار الذاتي من الرتبة (p)

إن أنموذج الانحدار الذاتي من الرتبة (p) ويكتب اختصاراً AR(p)، هو عبارة عن القيمة الحالية للسلسلة الزمنية بالاعتماد على مجموع القيم السابقة وخطأ القيمة الحالية، وصيغته الرياضية هي [Cryer & Chan, 2008, 66] :

$$y_t = \phi_1 y_{t-1} + ... + \phi_p y_{t-p} + \varepsilon_t \qquad (1)$$

٢. أنموذج الأوساط المتحركة من الرتبة (q)

أنموذج المتوسط المتحرك يستخدم لنمذجة السلسلة الزمنية، وتعتمد هذه العملية على الأخطاء لتمثيل السلسلة، ويمكن التعبير عنه بالصيغة الآتية [Cryer & Chan, 2008, 57] :

$$y_t = \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1} - \cdots - \theta_q \varepsilon_{t-q} \qquad (2)$$

٣. الأنموذج المختلط للانحدار الذاتي والأوساط المتحركة من الرتبة (p,q)

في بعض التطبيقات أنموذج AR أو أنموذج MA يصبح معقداً والسبب أنه يمكن أن نحتاج إلى أنموذج ذي رتب أعلى مع العديد من المعلمات لوصف الهيكل الديناميكي بشكل كافٍ للبيانات، وللتغلب على هذه الصعوبة قدم أنموذج الانحدار الذاتي-المتوسط المتحرك، وأنموذج ARMA(p,q) يكتب على وفق الصيغة الآتية [Tsay, 2005, 56] :

$$y_t = \sum_{i=1}^{p} \phi_i \, y_{t-i} + \varepsilon_t - \sum_{i=1}^{q} \theta_i \, \varepsilon_{t-i} \qquad (3)$$

٤. الأنموذج المختلط التكاملي ويكتب اختصاراً ARIMA(p,d,q)

يقال للسلسلة $\{y_t\}$ إنها تتبع أنموذج الانحدار الذاتي والأوساط المتحركة المتكامل في حالة أخذ الفرق للسلسلة والذي يعرف بالصيغة الآتية [Cryer & Chan,2008,92]:

$$W_t = \nabla^d y_t \qquad (4)$$

باستخدام مؤثر الإزاحة الخلفي يعطى الشكل العام للأنموذج كما يأتي:

$$(1 - \phi_1 B - \cdots - \phi_p B^p)(1-B)^d y_t = (1 - \theta_1 B - \cdots - \theta_q B^q)\varepsilon_t \qquad (5)$$

٢. النماذج اللاخطية ARCH(p) و GARCH(p,q):

١. أنموذج الانحدار الذاتي المشروط بعدم التجانس من الرتبة ARCH(p)(p) [Gileva,2010,9]:

هو أول أنموذج ارتباط ذاتي مشروط بعدم تجانس تباينات الأخطاء، ويدعى أحياناً (هجينة التباين) حيث التغير في التباين أو التطاير (volatility) خلال الزمن ممكن نمذجتها، لذلك علينا أن نأخذ في الاعتبار حقيقة أن التباين المشروط قد يكون متأثراً إلى حد كبير من قيم مربعات سلسلة البواقي للفترات السابقة $x_{t-1}^2, x_{t-2}^2, \ldots x_{t-p}^2$ ، ومن خلالها يمكن توضيح عدم التجانس (heteroskedasticity) المشروط في بيانات السلسلة وتقديم تفسيراً لاستمرار التذبذبات فيها، ويمكن تعريف الأنموذج على النحو الاتي:

لتكن السلسلة الزمنية $\{x_t\}$ تملك الخواص الآتية [Andersen, Davis & Mikosch, 2009,18] :

$$E(x_t|F_{t-1}) = 0 \qquad (6)$$

$$E(x_t^2|F_{t-1}) = \sigma_t^2 \qquad (7)$$

إذ F_{t-1} يمثل قيم σ للمتغيرات العشوائية $x_{t-1}, x_{t-2}, \ldots, x_{t-p}$.

و σ_t^2 يمثل التباين المشروط (Conditional Variance) للسلسلة الزمنية $\{x_t\}$

وإن $\{x_t\}$ تمثل سلسلة البواقي (innovation) المقترحة للأنموذج وتأخذ الشكل الآتي :

$$x_t = y_t - u_t(y_t) \qquad (8)$$

إذ إن: $\{y_t\}$ متغير عشوائي، $u_t(y_t) = E(y_t|F_{t-1})$

ويمكن أن تحلل سلسلة $\{x_t\}$ كما يأتي :

$$x_t = \sigma_t \varepsilon_t \qquad (9)$$

تعرف $\{\varepsilon_t\}$ هي سلسلة التشويش الأبيض للسلسلة $\{x_t\}$ لها الخواص الآتية :

$$\varepsilon_t \cong iid \ \ N(0,1)$$

و $\{\sigma_t\}$ تمثل الانحرافات القياسية المشروطة للسلسلة الزمنية $\{x_t\}$.

فإن التباين المشروط يعرف بأنموذج ARCH(p) ويحسب الصيغة الآتية :

$$x_t = \sigma_t \varepsilon_t$$

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 x_{t-1}^2 + \cdots + \alpha_p x_{t-p}^2 \qquad (10)$$

إذ إن: $\alpha_0 > 0$ و $\alpha_i \geq 0, i = 1, \ldots, p$ (معلمات الأنموذج) .

عندما p=1 يعرف أنموذج ARCH(1) على وفق الصيغة الآتية [عبد الله، ٢٠٠٨، ٨] :

$$x_t = \sigma_t \, \varepsilon_t$$

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 x_{t-1}^2 \qquad (11)$$

ولمعرفة خواص نماذج ARCH(p)، على اعتبار العملية ARCH(1) فإن معادلة التباين غير المشروط تعرف كما يأتي [Liu, 2006, Chapter11]:

$$\sigma_x^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \sigma_x^2 = \frac{\alpha_0}{(1-\alpha_1)} \qquad (12)$$

شرط أن : $0 \le \alpha_1 < 1$

فإن صيغة العزم الرابع غير المشروط للسلسلة هو [Liu,2006,Chapter11]:

$$m_4 = \mathrm{E}(x_t^4 / F_{t-1}) = \frac{3\alpha_0^2(1+\alpha_1)}{(1-\alpha_1)(1-3\alpha_1^2)} \qquad (13)$$

شرط أن : $0 \le \alpha_1^2 < \frac{1}{3}$

ويمكن الحصول على معامل التفلطح للأنموذج ARCH(1) باستخدام الصيغة الآتية:

$$K = \frac{m_4}{\sigma_x^4} = \frac{3\alpha_0^2(1+\alpha_1)}{(1-\alpha_1)(1-3\alpha_1^2)} \times \frac{(1-\alpha_1)^2}{\alpha_0^2} = 3\frac{1-\alpha_1^2}{1-3\alpha_1^2} > 3 \qquad (14)$$

وباعتبار أن قيمة معامل التفلطح أكبر من (3) سوف يكون ذيل التوزيع (tail distribution) أثقل (Heavier) من التوزيع الطبيعي، وذلك لأن معامل التفلطح للتوزيع الطبيعي يساوي (3) .

٢. أنموذج الانحدار الذاتي المعمم مشروط بعدم التجانس من الرتبة (p,q) GARCH(p,q)

يمكن توسيع أنموذج ARCH بأنموذج آخر أكثر تعميماً يدعى أنموذج GARCH(p,q) فإنه غالباً مايتطلب الكثير من المعلمات لتصف بدقة عملية عدم التجانس في السلسلة ويتكون هذا الأنموذج من الحد الثابت (α_0)، وقيم مربعات سلسلة البواقي للفترات السابقة، وقيم التباين للفترات السابقة والصيغ الرياضية له [Özkan, 2004,28] :

$$x_t = \sigma_t \, \varepsilon_t$$

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 x_{t-1}^2 + \cdots + \alpha_p x_{t-p}^2 + \beta_1 \sigma_{t-1}^2 + \cdots + \beta_q \sigma_{t-q}^2 \qquad (15)$$

إذ إن : $\alpha_0 > 0 \, , \quad \beta_j \ge 0, j = 1, \ldots, q \quad , \quad \alpha_i \ge 0, i = 1, \ldots, p$.

والصيغة الرياضية للأنموذج GARCH(1,1):

$$x_t = \sigma_t \, \varepsilon_t$$

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 x_{t-1}^2 + \beta_1 \sigma_{t-1}^2 \qquad (16)$$

فـإن صـيغة التبـاين غيـر المشـروط للأنمـوذج GARCH(1,1) هـي [Liu, 2006, Chapter11]:

$$E(x_t^2) = \frac{\alpha_0}{1-(\alpha_1+\beta_1)} \qquad (17)$$

وصيغة التفلطح للأنموذج GARCH(1,1) تعرف بما يأتي [Liu, 2006,Chapter11]:

$$K = \frac{m_4}{\sigma_x^4} = \frac{3[1-(\alpha_1+\beta_1)^2]}{1-(\alpha_1+\beta_1)^2-2\,\alpha_1^2} > 3 \qquad (18)$$

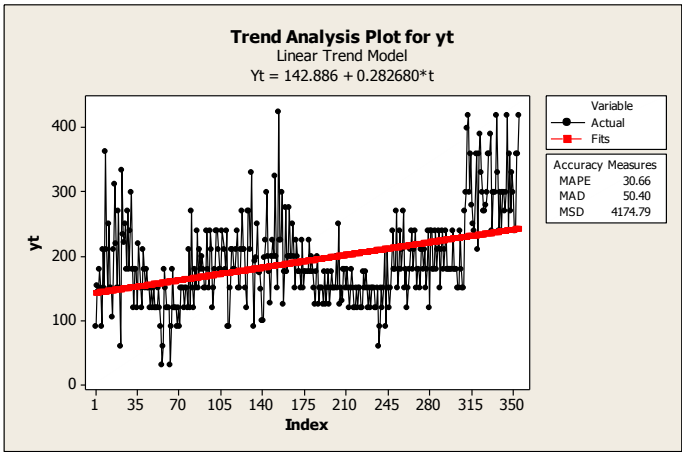
وباعتبـار قيمـة الـتفلطح للأنمـوذج GARCH(1,1) أكبـر مـن (3) سـوف يكـون ذيـل التوزيع أثقل من التوزيع الطبيعي .

مراحل بناء نماذج الخطية (ARIMA)

لإيجاد نماذج مناسبة لسلسلة زمنية وضعت منهجية بناء أنموذج تبناها كل من (Box and Jenkins) تتكون من أربع خطوات رئيسة في العملية كل منها يمكن أن تستخدم عدة مرات هي [Cryer,& Chan,2008,8] :

١. التعرف على الأنموذج
٢. تقدير معلمات الأنموذج
٣. فحص مدى ملاءمة الأنموذج
٤. التنبؤ بالقيم المستقبلية

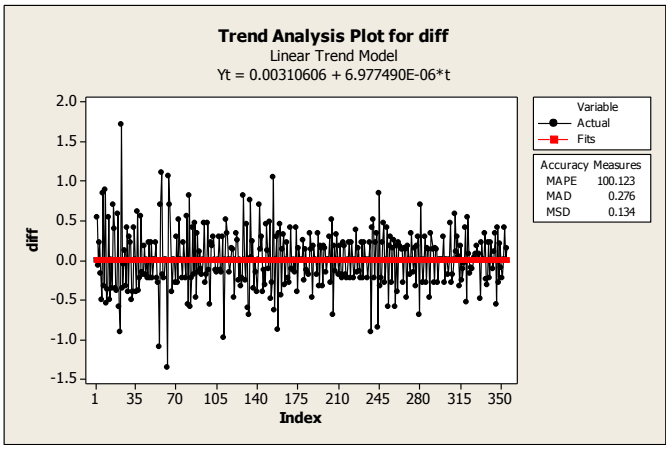
١. **التعرف على الأنموذج :**تتم عملية التعريف أولاً بفحص السلسلة هل هي مستقرة أم لا بالتباين والوسط، إذ يمكن من خلال الرسم الاطلاع على طبيعة التذبذب فيها وملاحظة فيما إذا كانت تتضمن اتجاهاً عاماً، ويبين الشكل ١ الرسم البياني للسلسلة الأصلية لعدد الدخول اليومي للمرضى في مستشفى ابن الأثير التعليمي.



الشكل ١

السلسلة الزمنية الأصلية للمرضى في مستشفى ابن الأثير التعليمي باستخدام برنامج MINITAB

من الشكل نلاحظ أن السلسلة تتذبذباً تذبذب غير منتظم، حيث هناك تشتتٌ واضح حول التباين، ولها اتجاه عام، مما يشير إلى أن السلسلة لاتتصف بمستوى ثابت أي أنها غير مستقرة في الوسط، مما يؤدي ذلك إلى ضرورة استخدام التحويلات لجعلها مستقرة بالتباين، وأخذ الفرق الأول لجعلها مستقرة بالوسط، والهدف من جعل السلسلة مستقرة هو أحد الشروط المهمة لنمذجة السلسلة الزمنية بطريقة (Box and Jenkins) .



الشكل ٢

السلسلة الزمنية للمرضى بعد التحويل اللوغاريتمي لتثبيت التباين وأخذ الفرق الاول لاســتقرارية الوســط باستخدام برنامج MINITAB

نلاحظ من الشكل أعلاه أن تباين المشاهدات ثابت نسبيا مع الزمن، وإن الاتجاه العام قد تمت إزالته لغرض تثبيت متوسط السلسلة خلال الزمن، وبذلك أصبحت السلسلة الزمنية مستقرة، وهي جاهزة للتعرف على الأنموذج الملائم لها حيث تم اختيار الأنموذج ARIMA(4,1,3) للسلسلة الزمنية المستقرة، وذلك بالاعتماد على متوسط مربع الخطأ MSE وكانت قيمته (0.0783) وهي أقل قيمة مقارنة مع الرتب المختلفة لعدة نماذج التي تم اختيارها لتمثيل السلسلة الزمنية المستقرة.

٢. تقدير معلمات الأنموذج

تم تقدير معلمات الأنموذج ARIMA(4,1,3) لمعرفة مدى معنوية هذه المعلمات المقدرة، ويتم ذلك بطرائق مختلفة منها أن تكون قيمة (P<0.05) بمعنى رفض فرضية العدم وتقبل الفرضية البديلة القائلة بأن معلمة الأنموذج تختلف معنويا عن الصفر، وبالتالي تبقى في الأنموذج .

وهناك طريقة أخرى لمعرفة مدى معنوية هذه المعلمات المقدرة مقارنة قيمة (T)المحسوبة في الجدول(1) مع قيمة ($t_{(355,0.025)}$=1.960) الجدولية، إذا كانت قيمة T>t ترفض فرضية العدم وتقبل البديلة بمعنى المعلمة معنوية وتبقى في الأنموذج والعكس صحيح .

من خلال اختبارات عن معنوية المعلمات المقدرة للأنموذج المذكورة أعلاه نلاحظ قيمة (p) للمعلمة AR(3) أكبر من (0.05)، وقيمة (t) المحسوبة لها أقل من الجدولية (t)، لذا يجب حذفها من الأنموذج، أما بقية المعلمات معنوية فتبقى في الأنموذج وبفحص قيمة الثابت لوحظ أيضاً غير معنوي، كما موضح في الجدول ١.

الجدول ١

تقدير معلمات الأنموذج ARIMA(4,1,3) باستخدام برنامج MINITAB

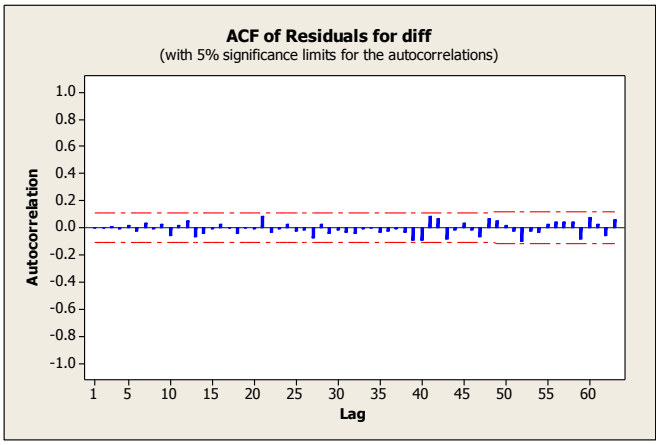
Type	Coef.	SE Coef.	T	P
AR(1)	0.4845	0.1319	3.67	0.000
AR(2)	-0.6430	0.1396	-4.61	0.000
AR(3)	0.0400	0.0640	0.63	0.532
AR(4)	-0.3543	0.0586	-6.05	0.000
MA(1)	1.2465	0.1379	9.04	0.000
MA(2)	-0.8570	0.2156	-3.97	0.000
MA(3)	0.2988	0.1297	2.30	0.022
Constant	0.003761	0.004636	0.81	0.418

وعلى هذا الأساس تكتب الصيغة الرياضية للأنموذج ARIMA(4,1,3) كما يأتي :

$$y_t = 0.4845\ y_{t-1} - 0.6430\ y_{t-2} - 0.3543\ y_{t-4} - 1.2465\ \varepsilon_{t-1} + 0.8570\ \varepsilon_{t-2} - 0.2988\ \varepsilon_{t-3} + \varepsilon_t \qquad (19)$$

٣. فحص مدى ملاءمة الأنموذج

لفحص مدى ملاءمة الأنموذج ARIMA(4,1,3) لسلسلة المشاهدات يتم بفحص دالة الارتباط الذاتي لبواقي الأنموذج من خلال الرسم، وذلك لمعرفة معاملات الارتباط تقع ضمن حدود الثقة أم لا ليؤكد إن الأنموذج الذي تم اختياره هو الأنموذج الملائم لمشاهدات السلسلة الزمنية .



الشكل ٣

يمثل الارتباطات الذاتية لسلسلة بواقي الأنموذج(4,1,3)ARIMA باستخدام برنامج MINITAB

يلاحظ من الشكل ٣ الذي يمثل سلسلة البواقي للأنموذج (4,1,3)ARIMA تقع جميعها ضمن حدود الثقة، مما يشير إلى ملاءمة الأنموذج للبيانات المدروسة .

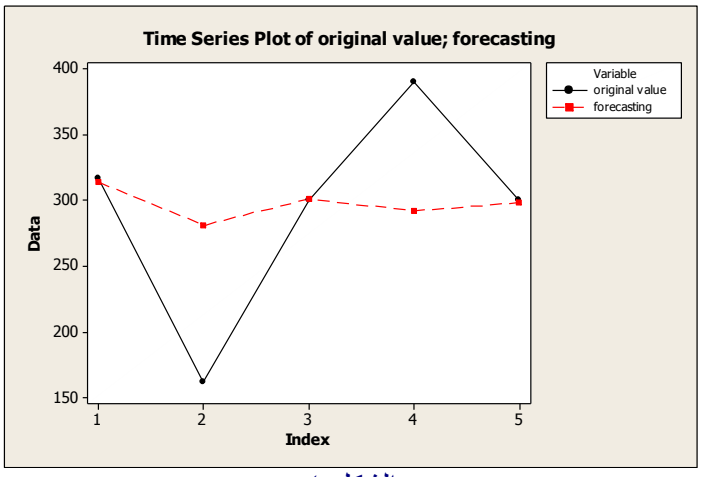
٤. التنبؤ بالقيم المستقبلية

بعد إيجاد الأنموذج الملائم تم استخدامه للتنبؤ بقيم خمسة أيام ومقارنتها مع القيم الحقيقية للسلسلة الزمنية التي تم سحبها من السلسلة الأصلية قبل إجراء نمذجة السلسلة الزمنية والتي تم توضيحها في كل من الجدول ٢ والشكل ٤، حيث يمثل كل من القيم الأصلية والقيم المتنبأ بها على التوالي .

الجدول ٢

القيم الأصلية المستقرة وقيم التنبؤ للأنموذج (4,1,3)ARIMA باستخدام برنامج MINITAB

Period	Original value	Forecasting value
356	٣١٧	٣١٤,٣١٣
357	١٦٢	٢٨١,٠٢٧
358	٣٠٠	٣٠١,٥٦٨
359	٣٩٠	٢٩٢,٢٢٩
360	٣٠٠	٢٩٨,١٧١



الشكل ٤
مقارنة بين قيم التنبؤ للأنموذج ARIMA(4,1,3)
مع القيم الحقيقية باستخدام برنامج MINITAB

مراحل بناء نماذج اللاخطية (ARCH&GARCH)

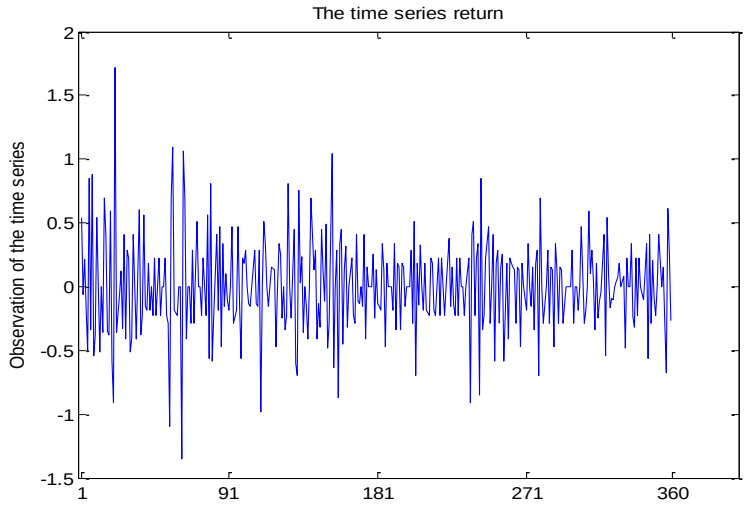
خطوات بناء نماذج (ARCH & GARCH) هي [عبد الله،٢٠٠٨، ١٦] :

١. التشخيص
٢. اختبار وجود تأثير نماذج (ARCH&GARCH)
٣. التقدير
٤. فحص مدى ملاءمة الأنموذج
٥. التنبؤ المستقبلي

١. **التشخيص:** بعد رسم السلسلة الأصلية كما في الشكل (1) جعلناها مستقرة بالوسط والتي يطلق عليها بسلسلة العودة (Return series) وذلك باستخدام المعادلة الآتية [Heij, Boer, Franses, Kloek & van Dijk, 2004, 297] :

$$x_t = \log(y_t) - \log(y_{t-1}) = \log\left(1 + \frac{y_t - y_{t-1}}{y_{t-1}}\right) \cong \frac{(y_t - y_{t-1})}{y_{t-1}} \qquad (20)$$

والشكل ٥ يوضح أنها مستقرة بالوسط كما يأتي:

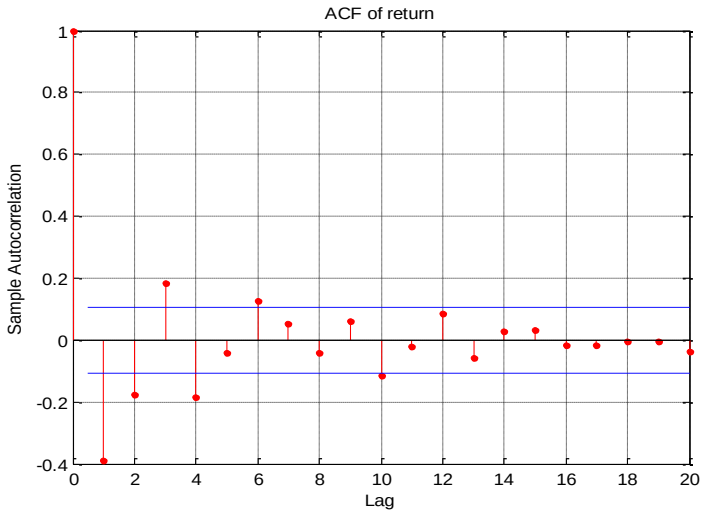


الشكل ٥

سلسلة العودة باستخدام برنامج MATLAB

٢. اختبار وجود تأثير نماذج (ARCH&GARCH)

اختبار وجود تأثير عدم التجانس تتم من خلال رسم معاملات دالة الارتباط الذاتي لسلسلة العودة لعدد من الفروق الزمنية ((Lag(1) to Lag(20)) كما موضح في الشكل الآتي:

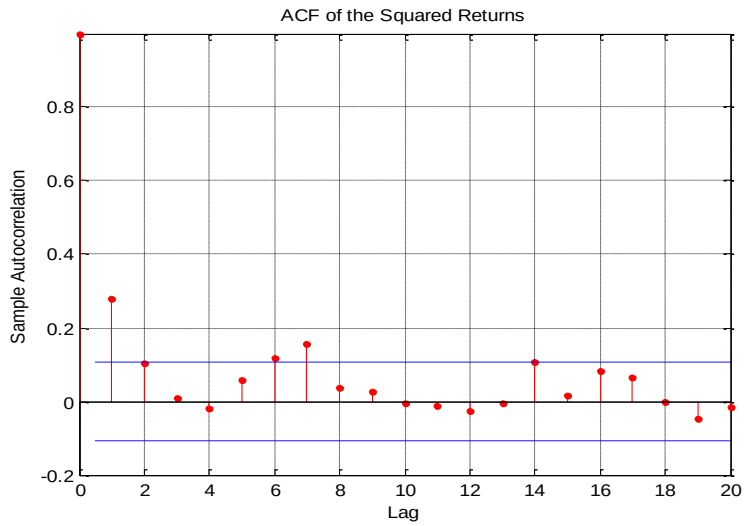


الشكل ٦

ACF لسلسلة العودة باستخدام برنامج MATLAB

إذ يلاحظ من الشكل ٦ أن معظم معاملات دالة الارتباط الذاتي لسلسلة العودة لاتقع معظمها ضمن الحدود الصفرية بمعنى إن قيمها ليست قريبة من الصفر، مما يدل على وجود ارتباط في هذه السلسلة، وهي تعاني من تأثير عدم التجانس في تباينات الأخطاء.

وتم ايضًا رسم معاملات دالة الارتباط الذاتي لمربع سلسلة العودة كما في الشكل الآتي:



الشكل ٧

ACF لمربع سلسلة العودة باستخدام برنامج MATLAB

كما يبين الشكل أعلاه إن معظم معاملات دالة الارتباط الذاتي لمربع سلسلة العودة لاتقع معظمها ضمن الحدود الصفرية دلالة أيضاً على أن هذه السلسلة تعاني من تأثير عدم التجانس، وهذا هو المطلوب لملاءمة معادلة التباين .

٣. **التقدير:** وبعد مطابقة الأنموذج المناسب لسلسلة البيانات باستخدام برنامج (MATLAB) وكانت النتيجة هو الأنموذج GARCH(1,1) وتم تقدير معلمات الأنموذج المشخص كما في الجدول ٣ .

الجدول ٣

القيم التقديرية لمعلمات الأنموذج GARCH(1,1) باستخدام برنامج MATLAB

Parameter	Value	Standard Error	T Statistic
$C = u$	-0.00012039	0.016053	-0.0075
$K = \alpha_0$	0.02867	0.0067056	4.2756
$GARCH(1) = \beta_1$	0.55536	0.055883	9.9379
$ARCH(1) = \alpha_1$	0.23911	0.063702	3.7537

وفي أدناه صيغة الأنموذج GARCH(1,1) التي تمثل:

١. معادلة المتوسط :

$$y_t = -0.00012039 + x_t \qquad (21)$$

٢. معادلة التباين :

$$\sigma_t^2 = 0.02867 + 0.23911\ x_{t-1}^2 + 0.55536\ \sigma_{t-1}^2 \qquad (22)$$

ويمكن اختبار شرط الاستقرارية للأنموذج GARCH(1,1) باستخدام الصيغة الآتية:

$$\alpha_1 + \beta_1 < 1$$

$$0.23911 + 0.55536 = 0.79447 < 1 \qquad (23)$$

وكانت النتيجة هي أقل من واحد مما يشير بأنه الأنموذج الملائم، وهذا يؤدي للاستنتاج إلى استقرارية تنبؤات التباين المشروط للأنموذج مع بيان اقتراب هذه التنبؤات من التباين غير المشروط للأنموذج والتي ستوضح لاحقاً في مرحلة التنبؤ .

وثم قمنا كذلك بحساب معامل التفلطح للأنموذج GARCH(1,1) للتأكد بأنه الأنموذج الملائم من المعادلة (18) والتي تساوي قيمته: (4.3481)

وهي أكبر من (٣) بمعنى منحنى التوزيع لمشاهدات السلسلة مدبب أكثر من منحنى التوزيع الطبيعي، وهذا يدل على ملاءمة الأنموذج للبيانات.

٤. فحص مدى ملاءمة الأنموذج: تضمنت هذه المرحلة اختبار فحص مدى ملاءمة الأنموذج GARCH(1,1) الذي تم تقديره للبيانات المدروسة بواسطة فحص سلسلة البواقي القياسية $\{\tilde{\varepsilon}_t\}$ التي تعرف بالصيغة الرياضية الآتية[عبد الله ،٢٠٠٨، ٢٨] :

$$\tilde{\varepsilon}_t = \frac{\hat{x}_t}{\hat{\sigma}_t} \qquad (24)$$

وكذلك فحص سلسلة البواقي القياسية المربعة لـ $\{\tilde{\varepsilon}_t\}$

إذ إن :

$\hat{x}_t$: تمثل سلسلة البواقي المقدرة من معادلة المتوسط ، $\hat{\sigma}_t$: تمثل سلسلة الانحرافات القياسية المشروطة ويتم حسابها من الجذر التربيعي لمعادلة التباين .

وتتم عملية الفحص باستخدام اختبار (Ljung-Box) على سلسلة البواقي القياسية لفحص مدى ملائمة معادلة المتوسط وعلى مربع سلسلة البواقي القياسية لفحص مدى ملاءمة معادلة التباين الخاصة بالأنموذج، وتم تنفيذ هذا الاختبار على التخلفات (Lag(1) to Lag(5)) كما موضح في الجدول ٤ لاختبار سلسلة البواقي القياسية والجدول ٥ لاختبار سلسلة البواقي القياسية المربعة .

إن اختبار (Ljung-Box) أو يدعى اختبار (portmanteau Q statistics) اقترحه الباحثان (Ljung-Box) في عام (1978) عن طريق حساب معاملات الارتباط الذاتي للبواقي، ويختبر تحت الفرضية[عبد الله،١٦،٢٠٠٨] :

$$H_0 : \rho_1 = \rho_2 = \ldots = \rho_k = \rho_m = 0 \qquad , \qquad \forall\ k = 1,2,\cdots,m$$

$$H_1 : \rho_1 \neq \rho_2 \neq \cdots \neq \rho_k \neq \rho_m \neq 0$$

وإحصاءة (portmanteau Q) تحسب بالصيغة التالية :

$$Q_{(m)} = n(n+2)\sum_{k=1}^{m}\frac{\hat{\rho}_k^2}{n-k} \cong \chi^2_{(m-p)} \qquad (25)$$

إذ إن : n : تمثل حجم العينة، m : يمثل عدد الفروق الزمنية للارتباط الذاتي، p : عدد المعلمات في الأنموذج، $\hat{\rho}_k^2$: تمثل مقدرات معاملات الارتباط الذاتي لسلسلة البواقي x_t ومن ثم للسلسلة x_t^2 .

الجدول ٤

اختبار (Ljung-Box) على سلسلة البواقي القياسية للأنموذج GARCH(1,1) للفروق الزمنية (Lag(1) to Lag(5)) باستخدام برنامج MATLAB

Lags	H	P Value	Stat	Critical Value
1	١	0	٤٩,٧٧١	٣,٨٤٢
2	١	0	٥٨,٢٣٤	٥,٩٩٢
3	١	0	٦٧,٠٧١	٧,٨١٥
4	١	0	٧٧,٤٩١	٩,٤٨٨
5	١	0	٧٨,٣٥٣	١١,٠٧١

فكانت نتائج الجدول ٤ تدل على رفض فرضية العدم التي تنص بأن معادلة المتوسط ملائمة وقبول الفرضية البديلة التي تعني وجود الارتباط في السلسلة، وبعبارة أخرى أن معادلة المتوسط التي تم اختيارها غير ملائمة .

الجدول ٥

اختبار (Ljung-Box) على مربع سلسلة البواقي القياسية للأنموذج GARCH(1,1) للفروق الزمنية (Lag(1) to Lag(5)) باستخدام برنامج MATLAB

Lags	H	P Value	Stat	Critical Value
1	٠	٠,٤٦١	٠,٥٤٣	٣,٨٤٢
2	٠	٠,٧٣٥	٠,٦١٦	٥,٩٩٢
3	٠	٠,٦١٣	١,٨١١	٧,٨١٥
4	٠	٠,٥٢٤	٣,٢٠٧	٩,٤٨٨
5	٠	٠,٥٨٤	٣,٧٦٢	١١,٠٧١

تبين أن نتائج الاختبار في الجدول ٥ قبول فرضية العدم التي تنص على أن معادلة التباين التي تم اختيارها هي ملاءمة، وهذا هو المطلوب لإثبات وجود عدم التجانس في التباين .

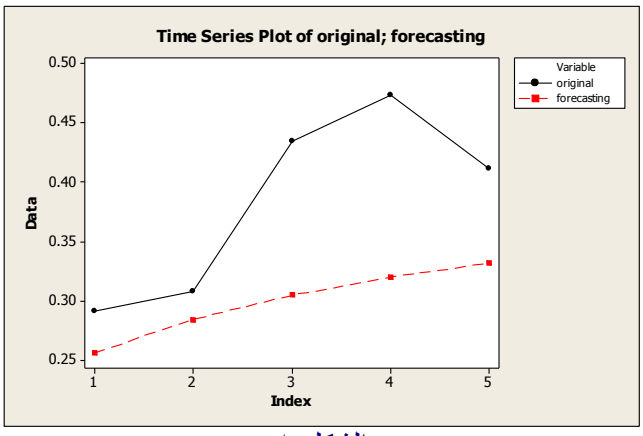
٥. التنبؤ: الهدف الأخير من تحليل السلسلة الزمنية باستخدام نماذج GARCH هو التنبؤ مع تحقق استقرارية التباين المشروط للأنموذج للوصول إلى أفضل النتائج الممكنة في

تحليل السلسلة الزمنية، ويتم ذلك أولاً استخدام الأنموذج الملائم لتمثيل البيانات من خلال التنبؤ بقيم الانحراف القياسي المشروط لخمسة أيام التي تم إيجادها من معادلة التباين بعد مطابقة الأنموذج، وثم مقارنة قيم المعادلة مع القيم الحقيقية للانحرافات القياسية المشروطة لسلسلة العودة وقيم المتوسطات التي تم تمثيلها من معادلة المتوسط التي هي قيم ثابتة للسلسلة الزمنية، والجدول ٦ والشكل ٨ على التوالي يمثل كل من القيم الحقيقية للانحرافات وقيم التنبؤ (الانحرافات والمتوسطات) :

الجدول ٦

يمثل مقارنة قيم التنبؤ مع القيم الحقيقية للانحرافات القياسية باستخدام برنامج MATLAB

period	Original conditional standard deviations value	Forecasting value	
		(conditional standard deviations Forecast)	(Mean Forecast)
355	0.2915	٠,٢٥٦١	-0.0001
٣٥٦	0.3079	٠,٢٨٤٢	-0.0001
357	0.4348	٠,٣٠٤٧	-0.0001
٣٥٨	0.4738	٠,٣٢٠٠	-0.0001
٣٥٩	0.4121	٠,٣٣١٧	-0.0001



الشكل ٨

يمثل مقارنة بين قيم الحقيقية وقيم التنبؤ باستخدام برنامج MINITAB

وبعدها تم الحصول على قيمة الانحراف القياسي غير المشروط من الجذر التربيعي للمعادلة (17) والذي تساوي قيمته (0.3735) ومقارنتها مع الانحراف القياسي المشروط والذي تم الحصول عليها من معادلة التباين للأنموذج GARCH(1,1) فكانت النتائج كما في الجدول التالي:

الجدول ٧
قيم التنبؤ للانحرافات القياسية المشروطة المستقبلية ومقارنتها مع قيمة الانحراف غير المشروط لخمسة أيام قادمة

period	Unconditional Standard value	Conditional Standard Deviation value
٣٦٠	0.3735	٠,٣٧٣٤
٣٦١		٠,٣٧٣٤
٣٦٢		٠,٣٧٣٤
٣٦٣		٠,٣٧٣٤
٣٦٤		٠,٣٧٣٥

المصدر: من اعداد الباحثين.

من الجدول أعلاه بعد تحقيق استقرارية الأنموذج GARCH(1,1) تبين أن قيم التنبؤ للانحرافات القياسية المشروطة سوف تكون قريبة جداً من قيمة الانحراف القياسي غير المشروط، وهذا دليل على أن السلسلة تمت معالجتها وإزالة منها تأثير عدم التجانس في التباين .

مقارنة بين الطرائق المستخدمة لتمثيل البيانات

تم استخدام معايير ضبط دقة التنبؤ (MSE,MAE,MAPE) لاختيار أفضل طريقة في تمثيل البيانات كما موضحة في الجدول ٨.

الجدول ٨
مقارنة بين النماذج المستخدمة لتمثيل البيانات

ت	اسم الطريقة	MSE	MAE	MAPE
1	أنموذج ARIMA(4,1,3)	4755.8	44.6	409
2	أنموذج GARCH(1,1)	2.67410	٠,٠٨٤٧	20.3468

المصدر: من اعداد الباحثين.

يوضح الجدول ٨ إن أنموذج GARCH(1,1) سجل أقل قيم لجميع المعايير مما يشير الى أنه الانموذج الأفضل في تمثيل البيانات.

الاستنتاجات

١. في حالة نماذج GARCH أثبتت الاختبارات التي طبقت على بيانات السلسلة المقترحة للأنموذج أو مربعاتها أن السلسلة تعاني من تأثير عدم التجانس في تباينات الأخطاء (Heteroscedasticity) خلال فترتها الزمنية.

٢. بعد إيجاد الأنموذج الملائم في حالة نماذج GARCH اللاخطية والتحقق من استقراريته تم استخدامه لتمثيل البيانات والتنبؤ من خلاله لقيم التباينات المشروطة، لوحظ اقتراب هذه التنبؤات من قيمة التباين غير المشروط، مما يشير الى أن السلسلة أصبح سلوكها خطياً في حالة تحقيق استقرارية نماذج GARCH .

٣. تم التأكد من الأنموذج GARCH(1,1) بأنه الأنموذج الملائم للبيانات بحساب معامل التفلطح للأنموذج، وأظهرت قيمة التفلطح الناتجة مطابقة للاختبار أكبر من ٣، وهذا يعني إن ذيل التوزيع أثقل من التوزيع الطبيعي .

المصادر

أولاً- المصادر باللغة العربية

١. عبد الله، سهيل نجم، ٢٠٠٨، " تحليل نماذج (GARCH&ARCH) للرتب الدنيا باستخدام المحاكاة مع تطبيق عملي "، أطروحة دكتوراه ،كلية الإدارة والاقتصاد، جامعة بغداد.

ثانياً- المصادر باللغة الاجنبية

1. Andersen, T.G., Davis, R.A.,Kreiß, J.P. & Mikosch, T., 2009,"Hand book of Financial Time Series" , Springer-Verlag Berlin Heidelberg .
2. Cryer, J.D. & Chan , K.S. , (2008), "Time Series Analysis With Applications in R", Springer Science+Business Media, LLC, 233 Spring Street, New York , NY 10013, USA .
3. Gileva,T.,2010," Econometrics of Crude Oil Markets", A thesis submitted for the degree of Master in Economics, Universite Paris 1 Pantheon-Sorbonne .
4. Heij,C. , Boer , P.D. , Franses, P.H., Kloek ,T. & van Dijk, H.K., 2004 , " Econometric Methods with Applications in Business and Economics ", Published in the United States by Oxford University Press Inc. , New York .
5. Liu , L.M. , 2006 , " Time series analysis and forecasting", printed in the United States of America ISBN 0-9765056-6-5 .
6. Özkan,P.2004," Analysis Of Stochastic And non-Stochastic Volatility Models",A Thesis Submitted to the Graduate School of Natural and Applied Sciences of Middle East Technical University .
7. Palit, A.K. & Popovic, D., 2005, "Computational Intelligence in Time Series Forecasting Theory and Engineering Applications", Springer-Verlag London Limited .
8. Tsay , R.S. , 2005, " Analysis of Financial Time Series ", John Wiley & Sons , Inc. , Hoboken , New Jersey , Published, simultaneously in Canada .