مجلة تنمية الرافدين

اسم المقال: التحليل العددي باستخدام طريقة (Jacobi) التكرارية مدخلا لتطبيق طريقة التوزيع التبادلي لتكاليف مراكز الخدمات: دراسة تطبيقية
اسم الكاتب: م. مثنى فالح بدر الزيدي
رابط ثابت: https://political-encyclopedia.org/index.php/library/3629
تاريخ الاسترداد: 2026/11/02 23:17 +03

الموسوعة السياسيّة هي مبادرة أكاديمية غير هادفة للربح، تساعد الباحثين والطلاب على الوصول واستخدام وبناء مجموعات أوسع من المحتوى العلمي العربي في مجال علم السياسة واستخدامها في الأرشيف الرقمي الموثوق به لإغناء المحتوى العربي على الإنترنت.
لمزيد من المعلومات حول الموسوعة السياسيّة – Encyclopedia Political، يرجى التواصل على info@political-encyclopedia.org

استخدامكم لأرشيف مكتبة الموسوعة السياسيّة – Encyclopedia Political يعني موافقتك على شروط وأحكام الاستخدام المتاحة على الموقع https://political-encyclopedia.org/terms-of-use

تم الحصول على هذا المقال من موقع مجلة تنمية الرافدين كلية الإدارة والاقتصاد / جامعة الموصل ورفده في مكتبة الموسوعة السياسيّة مستوفياً شروط حقوق الملكية الفكريّة ومتطلبات رخصة المشاع الإبداعي التي ينضوي المقال تحتها.

تـنـمية الرافديـن

العدد ١٢١ المجلد ٣٨ لسنة ٢٠١٩

التحليل العددي باستخدام طريقة (Jacobi) التكرارية مدخلا لتطبيق طريقة التوزيع التبادلي لتكاليف مراكز الخدمات: دراسة تطبيقية

Numerical Analysis by Using Jacobi Iterative Methods as an Approach for Application Reciprocal Method For Services Centers Costs: Applied Study Cost

مثنى فالح بدر الزيدي

مدرس في قسم المحاسبة

كلية الإدارة والاقتصاد – جامعة الموصل

Muthana Falih Bader Alzaidy

Muthanabader767@ gmail.com

تأريخ استلام البحث ٢٠١٨/٦/٤

تأريخ قبول النشر ٢٠١٩/١/١٣

المستخلص

يهدف البحث إلى استخدام طريقة (Jacobi) التكرارية بوصفها أسلوباً لتخصيص تكاليف المراكز الخدمية والتي تستخدم المعادلات الآنية التكرارية لتنفيذ عمليات التخصيص المعقدة والتي يمكن ان تنشأ عندما يكون عدد مراكز الخدمات في الشركة كبيرا، وتكون العلاقات بين هذه الأقسام ذات اتجاهين (تبادلية) فضلاً عن أن تجاهل هذه العلاقات يمكن أن يؤثر بشكل جوهري على دقة بيانات التكاليف، ويناقش البحث مدى ملاءمة طريقة (Jacobi) في تخصيص التكاليف من خلال ثلاثة مستويات الأول من منظور تحليل الخطأ وتحديد مستويات الدقة والثاني من منظور تحديد المعامل التبادلي لتكلفة مركز الخدمة والثالث من منظور الاستخدام المحاسبي للمعامل التبادلي في مجال التخطيط والرقابة واتخاذ القرارات.

يفترض البحث أن تطبيق هذه الطريقة يمكن أن يسهم في تحقيق مرونة أكبر عند تحديد الكلف التبادلية ويقلل من مستويات خطأ القياس التي تقع عند تطبيق طرائق التوزيع الأخرى، ويوفر الكثير من المعلومات الضرورية لاتخاذ القرارات المتعلقة بالتكلفة.

وقد خلص البحث إلى مجموعة من الاستنتاجات أهمها أن التوزيع السليم لتكاليف مراكز الخدمات وفقا للأسلوب المقترح قد يخفف من الانتقادات الموجهة لمحاسبي التكاليف من قبل الإدارة المتعلقة بنتائج التوزيع والقرارات التي ستبنى عليها وفي ضوء ذلك يقترح البحث الاستفادة من طريقة (Jacobi) والمعلومات الناتجة عنها لما في ذلك من اثر على جودة القرارات المتخذة في ضوئها.

***الكلمات المفتاحية**: تخصيص التكاليف، طريقة التوزيع التبادلي، طريقة (JACOBI).*

Abstract

This research aims to use (Jacobi) iteration method as a technique to the allocation of service cost centers, which uses iteration equation to perform the complex allocations that can arise when the number of service centers in the organization is large. The relations between these centers are in two directions (Reciprocity), as long as ignoring these relations can significantly affect the accuracy of cost data. The research also explores how Jacobi can be employed through three levels: the first from the perspective of error analysis and the determination of precision levels, and the second from the perspective of determining the reciprocal coefficient of Service Center cost (coefficient factor) and the third from the perspective of accounting use of coefficient factor in the domain of planning, control and decision-making.

The research assumes that the application of this method can contribute to a greater flexibility in determining the Reciprocal costs and reduce the measurement error levels that occur when applying the other distribution methods and provides the necessary information for cost decisions.

The research concluded a set of conclusions, the most important of which is that the proper allocation of service centers costs according to the proposed method may reduce management criticisms to cost accountants regarding the results of the allocation and the decisions that will be built upon. In light of this, the research suggests benefiting from this method and the resulting information has an impact on the quality of decisions taken in light of it.

***Key word**: Cost allocation Reciprocal allocation Methodm JACOBI method.*

المقدمة

طريقة (Jacobi) التكرارية طريقة تستخدم لأول مرة في تخصيص تكاليف مراكز الخدمات وتحديد التكلفة التبادلية السليمة بالاستناد إلى مجموعة من المعادلات التي يتم حلها آنيا للوصول إلى الكلفة التبادلية لمركز الخدمة، تستخدم هذه الطريقة في حالة وجود عدد كبير من المراكز الخدمية وتفترض الطريقة أن التوزيع التكراري المتبادل يمكن أن يسهم في توفير مجموعة من المستويات للكلفة التبادلية التي تتقارب في النهاية للوصول إلى الكلفة السليمة لمركز الخدمة .

هذه الطريقة تختلف تماما عن الأساليب المستخدمة حاليا في التوزيع التبادلي لتكاليف مراكز الخدمات، وتتمتع بمزايا إضافية عن الطرائق المستخدمة حاليا، ولعل انسجامها مع لغات البرمجة يمكن أن يعطيها ميزة إضافية على نظيراتها من طرائق التخصيص .

تبدأ الطريقة بإعطاء تقدير أولي- يخضع للحكم الشخصي- للنتائج ثم تقوم المعادلات التكرارية بتصحيح هذا التقدير إلى أن تنتهي بالكلفة التبادلية السليمة، كما توفر هذه الطريقة مستويات من التكلفة التبادلية - اكثر دقة من التكاليف المحددة وفق الطرق غير التبادلية - يمكن اعتمادها بوصفها أساساً للتوزيع في حالة عدم القبول بالتكاليف التبادلية السليمة المخصصة من قبل الأقسام الأخرى وكذلك تحدد مستويات الخطأ الذي يصاحب عملية التخصيص يتيح إمكانية تعديل رقم التكلفة لأغراض اتخاذ القرارات في حالة اتباع أي طريقة أخرى في التخصيص، فضلا عن تحديد الكلفة السليمة للمركز الخدمي التي يمكن أن تستخدم في مجال تخطيط التكلفة في الفترات القادمة.

مشكلة البحث

يؤثر تخصيص التكاليف بشكل جوهري على دقة بيانات التكاليف وفي ظل وجود عدد كبير من مراكز التكاليف الخدمية المرتبطة فيما بينها بعلاقات ذات اتجاهين (تبادلية) يصبح اختيار الطريقة المناسبة لتخصيص التكاليف أمراً حاسما في القياس السليم للتكاليف، وفي ضوء ذلك يمكن عرض مشكلة البحث من خلال طرح التساؤلات البحثية الآتية:

١. هل تعد طريقة (Jacobi) التكرارية بديلا ملائما لتخصيص التكاليف في حالة وجود تبادل للخدمات بين عدد كبير من المراكز الخدمية.
٢. هل يمكن لطريقة (Jacobi) التكرارية أن توفر مقياساً سليماً لكلفة الخدمات المتبادلة بين المراكز الخدمية.
٣. هل يمكن أن تتجاوز طريقة (Jacobi) التكرارية مشكلة الصعوبة في التطبيق التي واجهت طريقة تخصيص التكاليف التبادلية الأخرى عند تعدد مراكز التكاليف الخدمية.

أهمية البحث

يمكن عرض أهمية البحث من جانبين **الأول** يمثل الجانب **الأكاديمي**، إذ إن طريقة التوزيع التبادلي في تخصيص تكاليف مراكز الخدمات لازالت تأخذ حيزا مهما في الكتابات المحاسبية إلى يومنا هذا وأنها تدرس ضمن المناهج والمقررات المحاسبية في الجامعات العراقية، وإن تعزيز هذه، الطريقة بطريقة (Jacobi) التكرارية يعيد تقديمها بأسلوب يتماشى مع متطلبات التحديث في المرحلة الراهنة من جهة ويزيد من الجانب المعرفي على المستويين الاكاديمي وحقل العمل من جهة أخرى. أما الجانب **الثاني** فهو الجانب **التطبيقي**، حيث يقدم البحث تطبيقا رقميا لطريقة (Jacobi) التكرارية في عينة بحثية تم اختيارها بما يتوافق مع هدف البحث من حيث توافر شروط التطبيق وأهمها العدد الكبير للمراكز الخدمية.

هدف البحث

يسعى البحث بصوة أساسية إلى تحقيق الآتي:

١. بيان مدى ملاءمة طريقة (Jacobi) التكرارية - بوصفها واحدة من طرائق التحليل العددي المستخدمة في حل نظم المعادلات الخطية - في حل النظام الخطي لمشكلة التوزيع التبادلي لتكاليف مراكز الخدمات واستخدام هذه الطريقة في عينة بحثية مختارة .

٢. تحديد أهم الآثار المحاسبية المترتبة على استخدام مخرجات طريقة (Jacobi) التكرارية في ترشيد القرارات.

فرضية البحث

يسعى البحث إلى اختبار الفرضيات الآتية:

١. إن طريقة (Jacobi) التكرارية تعد بديلا ملائما لتخصيص التكاليف في حالة وجود تبادل للخدمات بين عدد كبير من المراكز الخدمية.

٢. إن طريقة (Jacobi) التكرارية توفر مقياسا سليما لكلفة الخدمات المتبادلة بين المراكز الخدمية.

٣. إن طريقة (Jacobi) التكرارية تتسم بالسهولة في التطبيق مقارنة بالطرائق التكرارية الأخرى.

منهج البحث

اعتمد الباحث على المنهج الوصفي في صياغة محاور وفرضيات البحث بالاعتماد على آراء الكتاب والباحثين المنشورة في الكتب والدوريات والبحوث والدراسات ذات الصلة بموضوع البحث، وعلى المنهج التحليلي في اختبار فرضيات البحث وتحقيق أهدافه، وذلك في عينة بحثية تم اختيارها لمعالجة مشكلة البحث في إطارها التطبيقي.

الدارسات السابقة

يمكن عرض أهم الدراسات السابقة التي تناولت متغيرات البحث وعلى النحو الآتي:

١. دراسة (Stinson, 2002) بعنوان :

"Cost Allocation -From the Simple to the Sublime"

في هذه الدراسة حاول الباحث تبرير استخدام طريقة التوزيع التبادلي في تخصيص تكاليف مراكز الخدمات في مراكز الإنتاج بمقارنتها بطرائق التوزيع (المباشر، التنازلي) لتكاليف مراكز الخدمات . وقد جمعت هذه الدراسة بين استخدام أنموذج رياضي تمثل بالمصفوفات واستخدام برنامج (EXCEL)، وقد خلصت الدراسة إلى ان برنامج (EXCEL) يمكن أن يسهل عمل المحاسبين في تطبيق الطرائق الرياضية المعقدة في مجال عملهم إلا أنه يتطلب المام المحاسبين بالمهارات الأساسية في الرياضيات والحاسوب لتنفيذ هذه المهام .

٢. دراسة (KELLER ,2005) بعنوان :

" Simpler than ABC: New Ideas for Using Microsoft Excel for Allocating Costs."

تضمنت هذه الدراسة مقترحا لتطوير طريقة تخصيص تكاليف الأقسام الخدمية باستخدام جداول البيانات (EXCEL) لإعادة توظيف أنموذج (المستخدم- المنتج) والذي تم استخدامه في العديد من الدراسات المحاسبية، من خلال تقديم مقترح للتطبيق يتسم بالسهولة والفائدة للممارسين الذين يستخدمون برنامج (EXCEL)، كما توفر الطريقة المستخدمة في الحل أداة للمستخدم لتقييم تكاليف الأقسام الخدمية وتحسين تتبعها على نحوٍ مباشر. وقد خلصت الدراسة إلى ان التخصيص التبادلي لتكاليف الأقسام الخدمية باستخدام برنامج (EXCEL) سوف يؤدي إلى تسهيل مهمة المحاسب في تخصيص تكاليف الأقسام الخدمية بطريقة فعالة.

٣. دراسة (Leese, 2013) بعنوان :

"Using Excel's Solver Function To Facilitate Reciprocal Service Department Cost Allocations"

ركزت هذه الدراسة على توظيف الميزات الإضافية لبرنامج (EXCEL) المتمثلة بدالة (Solver) في تنفيذ طريقة التوزيع التبادلي لتكاليف المراكز الخدمية على المراكز الإنتاجية (المنتجات)، وتتطلب هذه الطريقة أيضا الربط بين بالمعادلات الخطية لاحتساب التكاليف وحلها باستخدام دالة (Solver)، وقد خلصت الدراسة إلى إمكانية توظيف دالة (Solver) في التخصيص التبادلي لتكاليف الأقسام الخدمية لما يمكن أن تحققه من سهولة في التطبيق ودقة في استخراج النتائج.

٤. دراسة (Benta & Caplan, 2017) بعنوان :

"Lattice allocations: A better way to do cost allocations"

قدمت هذه الدراسة فكرة جديدة اسماها الباحثان " التخصيص الشعري Lattice allocations" تجمع بين المصفوفات وبرنامج (EXCEL) في إجراء عمليات تخصيص التكاليف بالتركيز على الربط بين عمليات التخصيص على مرحلتين (Two stage allocation)، تضمنت الدراسة قسمين **الأول،** القيام بالتوزيع التبادلي من خلال حل مجموعة المعادلات الخطية. أما **الثاني،** فتناول كيف يمكن لهذه الأداة اختصار عملية التخصيص من مرحلتين إلى مرحلة واحدة بطريقة سهلة التطبيق، ولا تتطلب هذه الطريقة أي نفقات أو شراء لبرمجيات كما إنها تؤدي إلى تقليل الوقت والجهد اللازمين لتنفيذ عملية التخصيص.

ما تتميز به هذه الدراسة الحالية عن الدراسات السابقة

تشترك هذه الدراسة مع الدراسات السابقة في مجالين هما استخدام الأساليب الرياضية والحاسوب في تخصيص تكاليف الأقسام الخدمية على مراكز الإنتاج (المنتجات)،إلا أن هذه الدراسة تركز على استخدام طريقة (Jacobi) التكرارية في حل نظم المعادلات الخطية للتكاليف التبادلية للأقسام من خلال الحل غير المباشر لمعادلات التكاليف وبما يسهم في تحقيق أهداف متعددة.

هيكلية البحث

أولاً- مشكلة التوزيع التبادلي -أنموذج رياضي

وفقا **لنظرية مراكز التكلفة** يُعد تقسيم الشركة إلى مراكز تكلفة الخطوة الأولى في تتبع عناصر التكاليف غير المباشرة وربطها بشكل مباشر بمراكز التكاليف (باسيلي،٢٠٠٧-ج٢، ١٩٦)، إذ يتم التمييز بين نوعين من مراكز التكاليف (مراكز الإنتاج، مراكز الخدمات)، إذ تسهم مراكز الإنتاج في إضافة القيمة مباشرة للمنتج أو الخدمة والتي يمكن أن يلمسها الزبون، في حين تقدم مراكز الخدمات ما هو ضروري لاستمرار المراكز الأخرى في أداء مهامها سواء كانت إنتاجية أم خدمية. ولعل الغرض الرئيس من إجراء توزيع تكاليف مراكز الخدمات على مراكز الإنتاج هو الحصول على تكاليف دقيقة للمنتج أو الخدمة أو الزبون. (Bhimani *et.al*, 2008, 147)

تفترض **نظرية مراكز التكلفة** أن كل مركز خدمي (Si) يعد وحدة أعمال مصغرة يتاح لها العديد من الموارد تبوب كلفتها على قسمين، تكاليف موارد من مواد وأجور وخدمات نرمز لها بالرمز (Ç)، وتكاليف خدمات تقدم الية من المراكز الخدمية الأخرى (Sj) نرمز لها بالرمز(Csj) .

ويستخدم مركز الخدمة (Si) هذه الموارد في تقديم خدماته إلى جهتين داخل الشركة، خدمات تقدم إلى مراكز الإنتاج (P) نرمز لتكاليفها $(Cpsi)$ وخدمات تقدم إلى المراكز الخدمية الأخرى (Sj) نرمز لتكاليفها (Csi) .

فإذا كانت $(Csj = ai,j * T.Csj)$، حيث $(T.Csj)$ هي إجمالي كلفة المركز الخدمي(Sj) و (ai,j) نسبة استفادة المركز(Si) من المركز(Sj) .

وكذلك كانت $(Csi = aj,i * T.Csi)$، حيث $(T.Csi)$ إجمالي كلفة المركز الخدمي (Si) و (aj,i) نسبة استفادة المركز(Sj) من المركز(Si) .

وإذا ما كانت $(Cpsi = ap,i * T.Csi)$، حيث (ap,i) نسبة استفادة مركز الانتاج (P) من المركز الخدمي(Si) .

بالتالي فإن إجمالي تكاليف الموارد المستخدمة في المركز الخدمي (Si) ستكون :

$$\boldsymbol{T.Csi = Ç + \sum_{j \neq i} ai,j * T.Csj}$$

وإن تكاليف المركز الخدمي (Si) التي ستخصص على الأقسام الإنتاجية والخدمية الأخرى ستكون:

$$\boldsymbol{T.Csi = \sum_{p} ap,i * T.Csi + \sum_{i \neq j} aj,i * T.Csi}$$

وإذا ما كان مدخل التحميل الكلي هو المستخدم في ظل نظام كلفة عادي أو معياري يضع كلف محددة مقدما (مخططة أو معيارية) للتكاليف غير المباشرة في مركز الكلفة الخدمي عليه فأن كلفة الموارد المستخدمة في المركز ستكون مساوية للكلفة المخصصة على الأقسام الإنتاجية والخدمية وفقا لمسببات الاستفادة وعلى النحو الآتي:

$$\boldsymbol{Ç + \sum_{j \neq i} ai,j * T.Csj = \sum_{p} ap,i * T.Csi + \sum_{i \neq j} aj,i * T.Csi}$$

ويظهر من المعادلة الأخيرة ان المركزين (Si) و (Sj) يحدث بينهما تبادل للخدمات، ويتسببان في ظهور مشكلة محاسبية من نوع خاص (Bhimani *et.al*, 2008, 147) حيث إن احتساب تكاليف كل مركز خدمي يعتمد على حساب الآخر، كما هو ظاهر من خلال المعادلة الأخيرة أعلاه، وإن قيمة $(T.Csj \neq T.Csi)$، في مثل هذه الحالة يعد اختيار طريقة توزيع التكاليف غير المباشرة لمراكز الخدمات أمرا جوهريًا في حل هذا النمط الخطي من المعادلات وتحديد الكلفة التبادلية لكل من $(T.Csi)$ و $(T.Csj)$. إذ أكد الكثير من الكتاب في محاسبة التكاليف ومنهم (Horngren *et.al*, 2015, 609)، (Hansen and Mowen, 2007, 285) على أن طريقة التوزيع التبادلي تعد أكثر الطرائق دقة في توزيع التكاليف، لأنها تأخذ في حسابها جميع الخدمات المجهزة سواء للمراكز الإنتاجية أو الخدمية.

ثانياً- التوزيع التبادلي باستخدام أسلوب التوزيع التكراري

على الرغم من أن هنالك أكثر من طريقة لتوزيع تكاليف مراكز الخدمات على المراكز الإنتاجية والخدمية المستفيدة مثل طريقة التوزيع (المباشر، والتنازلي، والتبادلي)، ولكل طريقة مميزاتها وانتقاداتها. إلا أنه ما بين التأييد لدقة نتائجها والانتقاد لصعوبة تنفيذها جمعت طريقة التوزيع التبادلي بين العدالة في التوزيع والدقة في تحديد التكاليف التي تخص كل مركز من مراكز الخدمات على الرغم من صعوبة تطبيقها حيث استخدم في تطبيقها العديد من الطرائق الرياضية واهمها: (باسيلي، ٢٠١٠، ٢٤)

١. طريقة التوزيع التكراري وتسمى أيضا طريقة انقراض الفروق.
٢. طريقة المعادلات الخطية (الآنية).
٣. طريقة المصفوفات.

تتطلب كل طريقة من الطرائق الثلاث السابقة عمليات رياضية واحتسابات معقدة، وهذا ما دفع الكثير من محاسبي التكاليف إلى تفضيل الطرائق الأكثر سهولة وغير الصحيحة نظريا كطريقة التوزيع المباشر والتوزيع التنازلي (Leese, 2013, 551).

وتعد طريقة التوزيع التكراري(Iteration) إحدى طرائق التوزيع التبادلي، كما تعرف هذه الطريقة أيضا بأسم **"طريقة التوزيع المستمر"** أو **"طريقة انقراض الفروق"** وهي تمثل امتدادًا لطريقة التوزيع التنازلي. تقوم هذه الطريقة على أساس توزيع تكاليف مراكز الخدمات على المراكز الإنتاجية والخدمية على حدٍ سواء، إذ يتم توزيع كلفة المركز الخدمي الأول على جميع المراكز المستفيدة ثم يتم توزيع كلفة المركز الذي يليه بعد إضافة نصيبه من تكاليف المركز السابق، ويستمر توزيع تكاليف مراكز الخدمات بالتناوب، إذ يستفيد كل مركز خدمي من نظيره مركز الخدمة الآخر إلى ان توزع تكاليف جميع المراكز الخدمية. (Horngren *et.al*, 2015, 553-556)

وهناك من يستخدم أسلوبا بديلا آخر لتطبيق هذه الطريقة يطلق عليه تسمية (أسلوب التجربة والخطأ)، إذ يتم تخصيص التكاليف في خطوتين الأولى يتم فيها تحديد الكلف التبادلية للمراكز الخدمية التي فيها علاقة تبادلية فقط، حيث يتم توزيع تكاليف كل مركز على الآخر بحسب نسب الاستفادة بشكل متكرر من ثم يتم تحديد مجموع الكلف التبادلية لكل مركز خدمي على حدة، وفي الخطوة الثانية يتم توزيع التكاليف التبادلية للمراكز الخدمية على المراكز الأخرى الإنتاجية والخدمية بحسب نسب الاستفادة. (Morajkar and Suhas, 2015, 98) ومما يؤخذ على هذه الطريقة أنها تتطلب وقتا كبيرا لتنفيذها عند وجود عدد كبير من المراكز الخدمية يحدث بينها تبادل للخدمات، مما يتطلب البحث عن طريقة أبسط في تحديد الكلف التبادلية وتحقيق هدف القياس التكاليفي.

ثالثاً- مفهوم التحليل العددي

التحليل العددي هو أحد فروع الرياضيات الهامة والذي يربط بين الرياضيات التحليلية والحاسوب، ويستخدم في إيجاد حلول لبعض المسائل و المشاكل التي لايمكن أو يصعب حلها في الرياضيات التحليلية، غذ تكون النتائج التي يتم الحصول عليها تقريبية. (صبح والحربي، ٢٠٠٦، ٥ بتصرف)، وتسمى الطرائق المستخدمة في التحليل العددي **بالطرائق العددية**، وهي مجموعة من الأساليب التي يتم من خلالها صياغة المشاكل الرياضية، بحيث يمكن حلها مع العمليات الحسابية والمنطقية، ولأن أجهزة الكمبيوتر تتفوق في أداء هذه العمليات غالبا ما يشار إلى الطرائق العددية أحيانا باسم رياضيات الحاسوب.

في عصر ما قبل الحاسوب كان تطبيق هذه الطرق يتطلب وقتاً وجهداً، مما خفض من استخدامها العملي لكن مع ظهور التقنيات الرقمية وأجهزة الكمبيوتر، تزايداً ملحوظاً استخدام الطرق العددية، كما أن استخدامها وتعلمها يحتل مكانة بارزة في معظم الأعمال ومجالات العلوم المختلفة، وذلك للأسباب الآتية (Chapra, 2018, 1):

١. الطرائق العددية تتيح معالجة عدد كبير من المشكلات، فهي قادرة على التعامل مع العدد الكبير من نظم المعادلات.

٢. إن المعرفة بالطرائق العددية تتيح استخدام البرمجيات الجاهزة بدراية اكبر فهي تعزز فهم الأسس النظرية الكامنة وراء الأساليب المستخدمة في هذه البرامج .
٣. ان البرمجيات الجاهزة قد لا تتوافر على حلول لجميع المشكلات، فالإلمام بالطرق العددية مع الخبرة في برمجة الحاسوب، تمكن من تصميم البرامج الخاصة لحل المشاكل دون الحاجة إلى شراء تلك البرمجيات وتحمل تكاليفها.
٤. الطرائق العددية هي وسيلة فعالة للتعلم في مجال برمجة الحاسوب والرياضيات وحل المشاكل، وفي الوقت نفسه، في التعرف على أخطاء التقريب والتحكم بها والتي هي جزء لا يتجزأ من العمليات الحسابية في التحليل العددي.

وفي مجال حل نظم المعادلات الخطية توجد العديد من طرق التحليل العددي منها الطرق المباشرة وأهمها طريقة (Crammer) أو ما تعرف **بطريقة المصفوفات**، حيث ركزت معظم الدراسات المحاسبية على استخدام هذه الطريقة في المجالات التي تستخدم فيها المعادلات الخطية ومنها مشكلة التوزيع التبادلي لتكاليف مراكز الخدمات (Stinson, 2002, 7-8) ونظرا لكونها طريقة مباشرة فأنها تتيح الوصول إلى النتائج بأقل عدد من الخطوات، إلا أنه من الناحية الرياضية تعد هذه الطريقة حساسة جدًا للتغيرات التي تحدث في متغيرات الأنموذج (مصفوفة العوامل الفنية) والتي تعد الأساس الذي ينطلق منه الحل فهي (حساسة جدا لخطأ التقريب).

ومن طرائق التحليل العددي أيضا الطرق غير المباشرة أو ما تسمى **بالطرائق التكرارية** Iteration methods ومنها (طريقة Gausse and Sedile، طريقة Jacobi) هاتان الطريقتان على النقيض من الطرائق المباشرة تقومان بتوليد سلسلة من الحلول التقريبية لنظم المعادلات إلى ان تتقارب النتائج إلى الحل الصحيح، وهما لا تختلفان من حيث الفكرة إلا في سرعة الوصول إلى النتائج (Golub and vanloan , 2012, 510)

رابعاً- طريقة (Jacobi) التكرارية

طريقة (Jacobi) نسبة إلى واضع الطريقة[1] والذي يعد أول من قدم طريقة تكرارية لحل نظم المعادلات الخطية (Williams,2014,403)، تطبق هذه الطريقة عندما يكون عدد المتغيرات (الخدمات المتبادلة) وعدد المعادلات (عدد مراكز الخدمة) عددا كبيرًا، بحيث يصعب استخدام الطرق الأخرى، ويزيد من التكاليف. ويرى الباحث أن ما يبرر استخدام هذه الطريقة في مجال محاسبة التكاليف توافق فلسفتها مع فلسفة طرائق التوزيع المستمر المتبعة في توزيع تكاليف مراكز الخدمات، فهي تتوافق مع طريقة التوزيع التكراري، ومما يؤخذ عليها أنها تتطلب وقتا كبيرا لتنفيذها عند وجود عدد كبير جدا من المراكز الخدمية يحدث بينها تبادل للخدمات، مما يتطلب البحث عن طريقة ابسط في تحديد الكلف التبادلية . وهنا سيتم التركيز على طريقة (Jacobi) لكونها أول طريقة عددية تكرارية مستخدمة وما أتى من بعدها من طرق، فهو يمثل تحسينات على الطريقة الأم، وهي طريقة (Jacobi) وتستند هذه الطريقة على وضع تخمين للحل المبدئي ومن ثم تقريب الحل إلى الناتج الصحيح وذلك من خلال اتباع الخطوات الأتية: (Golub and Vanloan, 2012, 511)، (Williams, 2014, 403) بتصرف .

<u>الخطوة الأولى :</u> تمثيل المعادلات بالنظام الخطي $Ax = b$ وعلى النحو الآتي :

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 + \cdots + a_{1n}x_n = b_1$$
$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 + \cdots + a_{2n}x_n = b_2$$

[1] كارل غوستاف جاكوبي (١٨٠٤- ١٨٥١) عالم رياضيات الماني كان مهتما في مجالات نظرية العدد، والهندسة، والتحليل، والميكانيك.

$a_{13}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3 + \cdots + a_{3n}x_n = b_3$

الخطوة الثانية : إعادة صياغة المعادلات لإيجاد قيم $\mathbf{x_1}$ والثانية لإيجاد $\mathbf{x_2}$ وعلى النحو الآتي :

$$x_1 = \frac{1}{a_{11}}(b_{1-}a_{12}x_2 - a_{13}x_3)$$

$$x_2 = \frac{1}{a_{22}}(b_{2-}a_{21}x_1 - a_{23}x_3)$$

$$x_3 = \frac{1}{a_{33}}(b_3 - a_{31}x_1 - a_{32}x_2)$$

الخطوة الثالثة : لحل المعادلات وإيجاد قيمة التكرار x^k نفترض أن قيم $(x_1, x_2, x_3, \cdots, x_n)$ بالطرف الأيمن من جميع معادلات النظام تساوي (صفر)، ونجد حل المعادلات السابقة للحصول على التقدير الأول لجميع المتغيرات.

الخطوة الرابعة : نستمر **بالخطوة الثالثة** إذ يتم تعويض التقدير الأول لـ $(x_1, x_2, x_3, \cdots, x_n)$ الناتج من الخطوة الثالثة في الطرف الأيمن من المعادلة في الخطوة الثانية مرة أخرى للحصول على التقدير الثانيx^{k+1}، وبافتراض ان التقديرات x^k التي تمثل التقدير الأول تمثل تقريبا للحل فإنها تمثل الأساس لإيجاد تقريب جديد x^{k+1} :

$$x_1^{k+1} = \frac{1}{a_{11}}(b_{1-}a_{12}x_2^k - a_{13}x_3^k)$$

$$x_2^{k+1} = \frac{1}{a_{22}}(b_{2-}a_{21}x_1^k - a_{23}x_3^k)$$

$$x_3^{k+1} = \frac{1}{a_{33}}(b_{3-}a_{31}x_1^k - a_{32}x_2^k)$$

وبالتكرار من خلال سلسلة من التقديرات x^{k+n} سيتقارب الناتج مع الحل الصحيح حتى يتم الوصول إلى الدقة المرغوبة اذا ما وجدنا أن $\lim_{k\to\infty} x^k = x$ (الطويل، ٢٠٠٩، ١٠٧).

وهذا التعريف لطريقة (Jacobi) التكرارية هو في حالة (n = 3)، وفي حالة (n = i) العامة حيث تكون $i = 1,2,\cdots,n$ فان : (Golub & Vanloan,2012,511)

$$x_i^{k+1} = (b_i - \sum_{j=1}^{i-1} a_{ij}\ x_j^k - \sum_{i=i+1}^{n} a_{ij}\ x_i^k)/a_{ii}$$

خامساً- الاستخدام المحاسبي للمعلومات الناتجة عن طريقة (Jacobi) التكرارية

تسهم طريقة التوزيع التكراري في توفير معلومات محاسبية في المجالات الآتية:

١. تحديد الكلفة التبادلية لمركز الخدمة $(T.Csi)$، مما يتيح إمكانية مساءلة مدير مركز الكلفة الخدمي عن استخدام الموارد المتاحة له خلال الفترة .

٢. تحديد معدل تحميل يحتسب من خلال ($Si = \frac{T.Csi}{Ki}$) حيث (Ki) حجم النشاط لمركز الخدمة على التكلفة التبادلية $T.Csi$، والذي يعد مقياسا سليما للتكلفة الحدية لتوفير الخدمة، ويبين مقدار التغير في التكلفة عند تغير الطلب بمقدار وحدة واحدة، كما يمكن أن يستخدم معدل التحميل في ترشيد الطلب على الخدمة من قبل بقية الاقسام عبر توفير بيانات ملائمة وسليمة

لأغراض تحديد سعر التبادل للخدمة داخلياً. كذلك يمكن أن يساعد في قياس كفاءة مركز الخدمة من خلال توفير المعلومات التي تساعد في وضع الكلفة المعيارية لهذه الخدمة. فضلا عن أنه يمكن أن يقارن مع سعر التجهيز الخارجي للخدمة إذا كان هنالك عروض لتجهيز الخدمة من طرف خارجي . (Horngren *et.al*, 2015, 610) بتصرف.

٣. يمكن تحديد المعاملات التبادلية لاقسام مراكز الخدمات بالجزء المعبر عنه رياضيا ($\frac{1}{a_{nn}}$) في المعادلات السابقة، وهذه المعلومة لها استخدامات متعددة: (Steven and David,1999,101-103)، (Lanen *et.al*, 2014,422-424) بتصرف

أ. تشخص العوامل التبادلية مقدار الانخفاض الكلي في تقديم الخدمة اذا انخفض الطلب على الخدمة بمقدار وحدة واحدة.

ب. تحديد عدد وحدات الخدمة اللازم شراؤها من الخارج إذا تقرر ايقاف العمل بمركز الخدمة، عدد الوحدات الخارجية التي سيتم شراؤها من الخارج ستكون اقل من الانتاج الحالي للخدمة المقدمة داخليا عندما يتم شراء الخدمة من الخارج، بقسمة المستوى الكلي لموجه التكلفة القسم الخدمي على العامل التبادلي للقسم الخدمي يوفر معلومات حول عدد الوحدات الخارجية التي يجب شراؤها اذا تم التوقف عن تقديم الخدمة داخلياً.

ت. بالمقابل فان تقسيم التكاليف التبادلية على العامل التبادلي سوف ينتج الكلفة الكلية المتغيرة التي سيتم استبعادها أو تجنبها اذا ما تم استبعاد هذه الخدمة، وهذا المبلغ يمكن أن يستخدم مع المعامل التبادلي للمقارنة بين المصادر المختلفة لتوفير الخدمة.

سادساً- الحالة العملية

بهدف التطبيق العملي لطريقة (Jacobi) التكرارية في تحديد التكاليف التبادلية جرى اختيار احدى شركات القطاع العام في العراق والتي تطبق النظام المحاسبي الموحد وتم اختيار بيانات السنة المالية (٢٠١٣) لاستخدامها لاغراض البحث، والتي يتوافر فيها الكثير من متطلبات التطبيق وذلك للمسوغات الاتية :

- تعدد وتنوع بنود التكاليف اللازمة للمنتجات التي تقدمها الشركة ،وكذلك المبالغ الكبيرة لتكاليف الانتاج والذي يتطلب بالضرورة القياس السليم لبنود التكاليف المباشرة المحملة على وحدات الانتاج وكذلك بنود التكاليف المخصصة بما يؤدي الى التحديد السليم للكلفة لكل وحدة من وحدات الانتاج الذي تقدمه الشركة .
- الارتفاع النسبي لعنصر التكاليف غير المباشرة بالنسبة الى بقية عناصر التكاليف التي تتحملها الشركة، الامر الذي يبرر القياس السليم لهذه التكاليف والقيام بتخصيص سليم لهذه التكاليف على المنتجات، ويظهر الجدول التالي التوزيع النسبي لعناصر التكاليف التي تتحملها الشركة من واقع حساب الانتاج المنشور عن السنة المالية **(المبالغ بالاف الدنانير)**.

نوع المركز	التكاليف	(%) الى اجمالي التكاليف
المراكز الانتاجية	12126467	46.3%
مراكز الخدمات الانتاجية	9456845	36.1%
مراكز الخدمات التسويقية	801673	3.1%
مراكز الخدمات الادارية	3786766	14.5%
اجمالي تكاليف المراكز	26171753	100%

- تعدد مراكز الخدمات الانتاجية في الشركة الأمر الذي يشير من ناحية إلى ارتفاع هيكل التكاليف الاضافية غير المباشرة والى تنوع وتعدد بنود التكاليف الاضافية من ناحية أخرى، مما

يتطلب معه الاهتمام بطرائق تخصيص التكلفة وتوزيعها، ويظهر الجدول الآتي عدد المراكز التابعة لكل نشاط داخل الشركة .

المراكز	الانتاجية	خدمات انتاجية	خدمات تسويقية	خدمات ادارية	الاجمالي
عدد المراكز	١١	٨	١	٢	٢٢

الجدول السابق يعرض اعداد مراكز الكلفة الرئيسة، ويدرج تحت هذه المراكز مجموعة من المراكز الفرعية على سبيل المثال يوجد (١٠) مراكز كلفة فرعية للصيانة والتفتيش الهندسي و(١٠) مراكز للسيطرة النوعية و(٤) مراكز للقوى المحركة و(٦) مراكز للخدمات الاجتماعية و(٣) مراكز لادارة المصنع، وجميع هذه المراكز تم دمجها في مركز واحد يمثل كل نشاط وكذلك الحال بالنسبة للخدمات التسويقية والخدمات الادارية .

- وعلى الرغم من أن الأسلوب المتبع من قبل الشركة لغرض تحميل وحدات التكلفة بنصيبها من التكاليف غير المباشرة يقوم على اساس **نظرية مراكز التكلفة** وفقا للنظام المحاسبي الموحد، إلا أن هنالك عدم وضوح في الطريقة المتبعة في توزيع تكاليف مراكز الخدمات على مراكز الإنتاج، فهنالك مراكز خدمية توزع انفراديا فيما توزع مراكز اخرى تنازليا، ويتم تجميع مجموعة أخرى من المراكز وتوزيعها اجماليا، ويتم تجاهل الخدمات المتبادلة والخدمات المستهلكة ذاتيا من قبل المركز الخدمي عند التوزيع، وفيما يأتي جدول يعرض تكاليف مراكز الخدمات الانتاجية وموجهات التكاليف المستخدمة.

الجدول ١

تكاليف مراكز الخدمات الانتاجية وموجهات التكاليف المستخدمة (المبالغ بالاف الدنانير)

المركز	رقم الدليل	التكاليف	اساس التوزيع	الملاحظات
الخدمات الاجتماعية	6101	847816	عدد العاملين	
الصيانة والتفتيش الهندسي	6102	2010583	الاهمية النسبية للمصروفات	تكاليف مخصصة على الاقسام الانتاجية. تكاليف عامة توزع وفقا لاساس التوزيع.
السيطرة النوعية	6103	1133658	نسب الاستفادة	تكاليف مخصصة على الاقسام الانتاجية.
المشاريع والهندسة المدنية	6104	943737	الاهمية النسبية للمصروفات	
القوى المحركة	6105	1685561	نسب الاستفادة	تكاليف الماء حسب نسبة الاستفادة من الماء. تكاليف الكهرباء حسب عدد الوحدات مقاسة بالكيلوواط. الماء اللا ايوني حسب نسب الاستفادة من الماء اللا ايوني. التكييف حسب المساحة
التجارية والمخازن	6106	773461	قيمة المواد المصروفة	
البحث والتطوير	6107	528640	الاهمية النسبية للمصروفات	
التخطيط/الجودة/ادارة المصنع	6108	1533386	الاهمية النسبية للمصروفات	
المجموع		9456845		

المصدر: من إعداد الباحث بالاستناد الى بيانات الشركة

يتم تقسيم مراكز التكاليف الخدمات على مجموعتين، **المجموعة الاولى** مخصصة للتكاليف الصناعية غير المباشرة التي تستفيد منها مراكز الانتاج والمراكز الخدمية والإدارية على حد سواء،

وهي التي يحدث فيها تبادل للخدمات **والمجموعة الثانية** مخصصة لاستيعاب بنود التكاليف المرتبطة بمراكز الانتاج فقط .

ولغرض التطبيق العملي المقارن بين طريقة (Jacobi) التكرارية وطريقة التوزيع المستمر سيتم تطبيق الطريقتين على بيانات عينة البحث كل على حدة حتى تتوضح الفروق بين الطريقتين:

أولاً- طريقة التوزيع المستمر : تتطلب هذه الطريقة تنفيذ خطوتين هما :

١. تحديد نسبة استفادة /استخدام كل مركز خدمي من مراكز الخدمات الاخرى والمحددة بـ (**المجموعة الاولى**) فقط، وكذلك نسب استفادة المراكز الانتاجية بما فيها نسبة استهلاك المراكز الخدمية نفسها الخدمات المستهلكة من قبل المركز من خدماته التي يحدث فيها تبادل للخدمات، وكما هو موضح في الجدول ٢.

الجدول ٢

التكاليف ونسب استهلاك موجهات التكلفة (المبالغ بالاف الدنانير)

L	K	J	I	H	G	F	E	D	C
	المراكز المستفيدة								
المجموع	الاقسام الانتاجية	ادارة المصنع	البحث والتطوير	التجارية والمخازن	القوى المحركة	المشاريع	الصيانة	الخدمات الاجتماعية	البيان
	P	S7	S6	S5	S4	S3	S2	S1	
20449651	12126467	1533386	528640	773461	1685561	943737	2010583	847816	التكاليف غير المباشرة قبل التوزيع
	0.78	0.03	0.03	0.01	0.07	0.03	0.03	0.02	توزيع المركز S1
	0.56	0.08	0.08	0.01	0.01	0.08	0.08	0.1	توزيع المركز S2
	0.77	0.04	0.04	0.01	0.02	0.04	0.04	0.04	توزيع المركز S3
	0.63	0.06	0.06	0.04	0.03	0.06	0.06	0.06	توزيع المركز S4
	0.817	0.03	0.03	0.003	0.02	0.03	0.03	0.04	توزيع المركز S5
	0.86	0.02	0.02	0.01	0.03	0.02	0.02	0.02	توزيع المركز S6

٢. إعداد معادلات التوزيع التبادلي وتنفيذ التوزيعات

إعداد جدول التوزيعات وفق الجدول ٣ إذ يتم تقسيم الجدول على مجموعة من الأعمدة بحسب عدد الاقسام، ثم يتم تقسيم الصفوف لنفس العدد مع إضافة صف لتكاليف الأقسام قبل التوزيع وصف آخر لمجموع التكاليف بعد التوزيع، ثم يتم الربط بين الجدولين ٢ و ٣ من خلال العلاقات الرياضية .

فبمجرد ضرب تكاليف القسم الموضحة بالصف رقم (٢١) من الجدول ٣ مع نسب الاستفادة من الجدول ٢، نحصل على الكلفة الموزعة لكل مركز، ويتم ذلك بكتابة المعادلات الاتية في نطاق الخلايا (D22:D28) المؤشر في الجدول ٣ وهي على التوالي (D21*D8، E21*D9، F21*D10، G21*D11، H21*D12 ، I21*D13 ، J21*D14) وستظهر نتائج عملية الضرب في الخلايا المؤشرة ، ثم نقوم بسحب كل خلية لبقية الخلايا في الصف ليكتمل جدول التوزيع، ثم نقوم بحساب المجموع عموديا بعد التوزيع وعموديا باستخدام دالة (SUM)، عندها سنكون قد انهينا **التوزيع الاول** .

الجدول ٣

التوزيع التبادلي باستخدام طريقة التوزيع المستمر(التوزيع الاول)

البيان	المراكز المستفيدة								المجموع
	الخدمات الاجتماعية	الصيانة	المشاريع	القوى المحركة	التجارية والمخازن	البحث والتطوير	ادارة المصنع	الاقسام الانتاجية	
	S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	P	
التكاليف غير المباشرة قبل التوزيع	847816	2010583	943737	1685561	773461	528640	1533386	12126467	20449651
توزيع المركز S1	16956.32	25434.48	25434.48	59347.12	8478.16	25434.48	25434.48	661296.48	847816
توزيع المركز S2	201058.30	160846.64	160846.64	20105.83	20105.83	160846.64	160846.64	1125926.48	2010583
توزيع المركز S3	94373.70	75498.96	75498.96	9437.37	9437.37	75498.96	75498.96	528492.72	943737
توزيع المركز S4	101133.66	101133.66	101133.66	50566.83	67422.44	101133.66	101133.66	1061903.43	1685561
توزيع المركز S5	30938.44	30938.44	30938.44	15469.22	7734.61	30938.44	30938.44	595564.97	773461
توزيع المركز S6	10572.80	10572.80	10572.80	15859.20	5286.40	10572.80	10572.80	454630.40	528640
توزيع المركز S7	76669.30	92003.16	92003.16	46001.58	12267.09	92003.16	92003.16	1030435.39	1533386
التكاليف بعد التوزيع	531702.52	496428.14	496428.14	216787.15	130731.90	496428.14	496428.14	5458249.87	8323184

للحصول على التوزيع الثاني نقوم بنسخ نطاق الخلايا (D29:K29) من الجدول ٣ التي تمثل نتيجة التوزيع الاول في حقل التكاليف قبل التوزيع في نفس الجدول الممثلة بالنطاق (D22:K22) لتنفذ عملية التوزيع آليا . ونحصل على النتيجة الآتية :

ت	البيان	المراكز المستفيدة								المجموع
		الخدمات الاجتماعية	الصيانة	المشاريع	القوى المحركة	التجارية والمخازن	البحث والتطوير	ادارة المصنع	الاقسام الانتاجية	
		S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	P	
التوزيع (٢)	التكاليف غير المباشرة قبل التوزيع	531702.52	496428.14	496428.14	216787.15	130731.9	496428.14	496428.1	5458249.87	8323184
	التكاليف بعد التوزيع	162906.15	153330.33	153330.33	86051.68	34160.10	153330.33	153330.33	1968494.86	2864934.13

وللوصول الى الكلف التبادلية نكررهذه الخطوة الى أن تصبح التكاليف بعد التوزيع مساوية للصفرأو اقل من (١ دينار)، وللوصول الى هذه النتيجة باستخدام بيانات الحالة العملية سنحتاج الى تكرار العملية في حدود (١٧) مرة لنصل الى النتيجة المبينة أدناه:

	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
16											
17	ت	البيان	المراكز المستفيدة								المجموع
18			الخدمات الاجتماعية	الصيانة	المشاريع	القوى المحركة	التجارية والمخازن	البحث والتطوير	ادارة المصنع	الاقسام الانتاجية	
19			S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	P	
20	التوزيع (١٧)	التكاليف غير المباشرة قبل التوزيع	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00102649
21		التكاليف بعد التوزيع	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.000323
29											

ويمكن التوقف عند هذا التوزيع لأن قيمة التكاليف غير الموزعة أصبحت غير ذات اهمية وضئيلة جدا.

ثانياً- طريقة التوزيع التكراري باستخدام طريقة جاكوبي

بالاستناد الى ما تقدم ذكره عن خطوات تطبيق الطريقة، سيتم عرض هذه الخطوات عمليا بالشكل الآتي :

١. كتابة المعادلات الخطية لكل مركز خدمي على حدة للوصول الى الكلفة التبادلية لذلك المركز، بالاستناد الى مصفوفة المعاملات الفنية، وفقا لبيانات الجدول ٤ ووفق ما مبين ادناه:

+0.98 S1	- 0.10 S2	- 0.04 S3	- 0.06 S4	- 0.04 S5	- 0.02 S6	- 0.05 S7	- 0 p	= 847816
- 0.03 S1	+ 0.92 S2	- 0.04 S3	- 0.06 S4	- 0.03 S5	- 0.02 S6	- 0.06 S7	- 0 p	= 2010583
- 0.03 S1	- 0.08 S2	+ 0.96 S3	- 0.06 S4	- 0.03 S5	- 0.02 S6	- 0.06 S7	- 0 p	= 943737
- 0.07 S1	- 0.01 S2	- 0.02 S3	+ 0.97 S4	- 0.02 S5	- 0.03 S6	- 0.03 S7	- 0 p	= 1685561
- 0.01 S1	- 0.01 S2	- 0.01 S3	- 0.04 S4	+ 0.993 S5	- 0.01 S6	- 0.008 S7	- 0 p	= 773461
- 0.03 S1	- 0.08 S2	- 0.04 S3	- 0.06 S4	- 0.03 S5	+ 0.98 S6	- 0.06 S7	- 0 p	= 528640
- 0.03 S1	- 0.08 S2	- 0.04 S3	- 0.06 S4	- 0.03 S5	- 0.02 S6	+ 0.94 S7	- 0 p	= 1533386
- 0.78 S1	- 0.65 S2	- 0.77 S3	-0.63 S4	- 0.813 S5	- 0.86 S6	- 0.672 S7	+ 1p	= 12126467

٢. البدء بحل المعادلات كخطوة أولى لإيجاد قيم المتغيرات (S1,S2,S3,S4,S5,S6,S7,P) وإعادة كتابتها بالشكل الآتي:

$$
\begin{aligned}
S1 &= 1/0.98 \times (847816 - (0.10\,S2 - 0.04\,S3 - 0.06\,S4 - 0.04\,S5 - 0.02\,S6 - 0.05\,S7 - 0\,P))\\
S2 &= 1/0.92 \times (2010583 - (0.03\,S1 - 0.04\,S3 - 0.06\,S4 - 0.03\,S5 - 0.02\,S6 - 0.06\,S7 - 0\,P))\\
S3 &= 1/0.96 \times (943737 - (0.03\,S1 - 0.08\,S2 - 0.06\,S4 - 0.03\,S5 - 0.02\,S6 - 0.06\,S7 - 0\,P))\\
S4 &= 1/0.97 \times (1685561 - (0.07\,S1 - 0.01\,S2 - 0.02\,S3 - 0.02\,S5 - 0.03\,S6 - 0.03\,S7 - 0\,P))\\
S5 &= 1/0.993 \times (773461 - (0.01\,S1 - 0.01\,S2 - 0.01\,S3 - 0.04\,S4 - 0.01\,S6 - 0.008 - 0\,P))\\
S6 &= 1/0.98 \times (528640 - (0.03\,S1 - 0.08\,S2 - 0.04\,S3 - 0.06\,S4 - 0.03\,S5 - 0.06\,S7 - 0\,P))\\
S7 &= 1/0.94 \times (1533386 - (0.03\,S1 - 0.08\,S2 - 0.04\,S3 - 0.06\,S4 - 0.03\,S5 - 0.02\,S6 - 0\,P))\\
P &= 1/1 \times (12126467 - (0.78\,S1 - 0.65\,S2 - 0.77\,S3 - 0.63\,S4 - 0.813 - 0.86\,S6 - 0.672\,S7))
\end{aligned}
$$

٣. إعادة تنظيم البيانات السابقة جدوليا من خلال برنامج (EXSEL) من خلال جدولين يتم عرضهما بصورة عمودية بما يسهل الربط بينهما وتنفيذ العلاقات الرياضية وكما هو مبين في الجدول (٤) و(٥).

الجدول ٤
مصفوفة المعاملات الفنية والتكاليف

الاقسام	S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	P
الخدمات الاجتماعية	0.98	-0.01	-0.04	-0.06	-0.04	-0.02	-0.05	0
الصيانة	-0.03	0.92	-0.04	-0.06	-0.03	-0.02	-0.06	0
المشاريع	-0.03	-0.08	0.96	-0.06	-0.03	-0.02	-0.06	0
القوى المحركة	-0.07	-0.01	-0.02	0.97	-0.02	-0.03	-0.03	0
التجارية والمخازن	-0.01	-0.01	-0.01	-0.04	0.993	-0.01	-0.008	0
البحث والتطوير	-0.03	-0.08	-0.04	-0.06	-0.03	0.98	-0.06	0
ادارة المصنع	-0.03	-0.08	-0.04	-0.06	-0.03	-0.02	0.94	0
الانتاج	-0.78	-0.65	-0.77	-0.63	-0.813	-0.86	-0.672	1

إعداد جدول التوزيعات وفقا للجدول ٥ حيث يتم تقسيم الجدول على مجموعة من الأعمدة بحسب عدد الاقسام، ثم يتم تقسيم الصفوف لنفس العدد مع إضافة صف لتكاليف الأقسام قبل التوزيع وصف لمجموع التكاليف بعد التوزيع، ثم يتم الربط بين الجدولين ٢ و ٣ من خلال العلاقات الرياضية .

إن التكرارات تبدأ من الرقم (صفر) على أساس أن أنموذج (جاكوبي) يفترض أن القيم الأولية لمتغيرات التوزيع تساوي صفراً .

الجدول ٥
التوزيع التكراري باستخدام طريقة جاكوبي

الانتاج	ادارة المصنع	البحث والتطوير	التجارية والمخازن	القوى المحركة	المشاريع	الصيانة	الخدمات الاجتماعية	الاقسام الخدمية
S8	S7	S6	S5	S4	S3	S2	S1	
12126467	1533386	528640	773461	1685561	943737	2010583	847816	التكاليف قبل التوزيع
								التكاليف بعد التوزيع
0	0	0	0	0	0	0	0	0
12126467	1631262	539429	778913	1737692	983059	2185416	865118	1
18266854	2033950	1014545	908106	1926117	1438351	2513209	1159961	2
19963419	2116890	1109058	934580	1989974	1525761	2595711	1228941	3
20336926	2136764	1131270	941178	2003638	1546763	2614252	1244501	4
20423717	2141288	1136373	942667	2006823	1551559	2618558	1248120	5
20443678	2142334	1137548	943011	2007556	1552666	2619547	1248951	6
20448275	2142574	1137819	943091	2007725	1552921	2619775	1249142	7
20449334	2142629	1137881	943109	2007764	1552979	2619827	1249187	8
20449578	2142642	1137896	943113	2007773	1552993	2619839	1249197	9
20449634	2142645	1137899	943114	2007775	1552996	2619842	1249199	10
20449647	2142646	1137900	943114	2007775	1552997	2619843	1249200	11
20449650	2142646	1137900	943114	2007775	1552997	2619843	1249200	12
20449651	2142646	1137900	943114	2007775	1552997	2619843	1249200	13
20449651	2142646	1137900	943114	2007775	1552997	2619843	1249200	14
20449651	2142646	1137900	943114	2007775	1552997	2619843	1249200	15

٤. ايجاد التكرار الاول، نبدأ حل المعادلات وايجاد قيمة التكرار (١) اوx^k، نعوض عن قيم (S1,S2,S3,S4,S5,S6,S7,P) في بالتكرار رقم (١) والذي يشمل نطاق الخلايا الموضحة من (C19:J19) ثم في كل خلية من خلايا النطاق تثبت المعادلات المبينة في ادناه بالترتيب (مع ملاحظة الربط مع الجدول السابق) لنحصل على النتيجة الاولى كما هو مبين في الخلايا (C19:J19) المؤشرة في الجدول ٥.

رقم الخلية	المعادلة المطلوب ادخالها في الخلية
C 22	=1/$I$3*($C$16($H$3*D18+$G$3*E18+$F$3*F18+$E$3*G18+$D$3*H18+$C$3*I18+$B$3*J18))
D 22	=1/$H$4*($D$16-($I$4*C18+$G$4*E18+$F$4*F18+$E$4*G18+$D$4*H18+$C$4*I18+$B$4*J18)
E 22	=1/$G$5*($E$16-($I$5*C18+$H$5*D18+$F$5*F18+$E$5*G18+$D$5*H18+$C$5*I18+J18*$B$5))
F 22	=1/$F$6*($F$16-($I$6*C18+$H$6*D18+$G$6*E18+$E$6*G18+$D$6*H18+$C$6*I18+$B$6*J18))
G 22	=1/$E$7*($G$16-($I$7*C18+$H$7*D18+$G$7*E18+$F$7*F18+$D$7*H18+$C$7*I18+J18*$B$7))
H 22	=1/$D$8*($H$16-($I$8*C18+$H$8*D18+$G$8*E18+F$8*F18+$E$8*G18+$C$8*I18+$B$8*J18))
I 22	=1/$C$9*($I$16-($I$9*C18+$H$9*D18+$G$9*E18+$F$9*F18+$E$9*G18+$D$9*H18+$B$9*J18))
J 22	=1/$B$10*($J$16-($I$10*C18+$H$10*D18+$G$10*E18+$F$10*F18+$E$10*G18+$D$10*H18+$C$10*I18))

٥. لايجاد التكرارات اللاحقة من الناحية الرياضية نستخدم التكرار الاول (١) أو x_i^{k+1} الذي يمثل قيمة (S1,S2,S3,S4,S5,S6,S7,P) التي حصلنا عليها في الخطوة السابقة ونعوضها في الطرف الأيمن من المعادلة (الخطوة ٣) مرة أخرى للحصول على القيمة الجديدة (٢) او x_i^{k+2} ،وهكذا بعد عدد من التكرارات سوف نحصل على قيمة x_i^{k+n} التي تمثل الحل الصحيح للمعادلة. وباستخدام الحاسوب كل ما هو مطلوب تحديد خلايا النطاق (C19:J19) والتي تحتوي على نتائج التوزيع الاول (١)، ومن ثم سحب الخلايا للاسفل للحصول على عدد غير محدد من التوزيعات التكرارية وبحسب رغبة القائم بالتوزيع .

٦. ومن خلال الجدول ٥ يمكن ملاحظة أن الحل سيتقارب الى الحل الصحيح عند التكرارات (١٣، ١٤، ١٥) والممثلة بالجزء المؤشر من الجدول عندها يجب التوقف عن التكرار،لان التوزيع التبادلي قد اكتمل.

بمقارنة النتائج التي تم التوصل إليها من طريقة التوزيع المستمر وطريقة (Jacobi) يمكن الخروج بالنقاط الآتية:

١. إن طريقة (Jacobi) تتيح الوصول الى النتائج بعدد أقل من خطوات التكرارمقارنة بطريقة التوزيع المستمر التي تطلبت ما يقارب (١٧) عملية تكرار.
٢. إن طريقة (Jacobi) تعمل على تعديل تكلفة المركز الخدمي بالكلفة التبادلية واضافتها الى التكلفة الكلية في كل خطوة من الخطوات، في حين تعمل طريقة التوزيع المستمرعلى إعادة توزيع الجزء المتبادل فقط من التكاليف .
٣. إن طريقة (Jacobi) قادرة على تصحيح الخطأ في الحساب في أي خطوة إذا بنيت المعادلات بشكل صحيح في الخطوة الاولى، على العكس من طريقة التوزيع المستمر.

مناقشة النتائج

١. **تحليل الخطأ وتحديد مستويات الدقة**: يلاحظ من الجدول ٥ أن الحل يتقارب إلى الحل الصحيح عند التكرارات (١٣،١٤،١٥) وللمزيد من الدقة في النتائج يمكن القيام بالمزيد من التكرارات، ومن مميزات هذه الطريقة أنه يمكن استخدام أي تكرار من التكرارات كأساس لتوزيع التكاليف على المراكز الاخرى، ويمكن أن يستخدم معامل خطأ لتصحيح الكلفة عند اتخاذ القرارات في

حالـة اعتمـاد تكـرار لايعكـس الكلفـة التبادليـة السـليمة، ويحتسـب معامـل الخطـأ بــ (x_i^k/x_i^{k+i}– x_i^{k+i}) فمثلا مستوى الخطأ عند التكرار (٣) لجميع المراكز يحتسب بـ ((٣)/(٢)-(٣)) وتكون النتائج على النحو الآتي:

الخدمات الاجتماعية	الصيانة	المشاريع	القوى المحركة	التجارية والمخازن	البحث والتطوير	إدارة المصنع	الأقسام الإنتاجية	معامل الخطأ
9.210%	4.208%	9.026%	3.042%	3.908%	6.115%	3.422%	6.788%	ε_2

٢. **تحديد المعامل التبادلي لتكلفة مركز الخدمة**: بالعودة الى المعادلات الخطية في الخطوة (٢) يمكن تحديد المعاملات التبادلية لاقسام مراكز الخدمات بالجزء المعبر عنه رياضيا $(\frac{1}{a_{nn}})$ أي من خلال قسمة الواحد الصحيح على قيمة العوامل الفنية لمراكز الخدمات (S1,S2,S3,S4,S5,S6,S7) في المعادلة وكالتالي:

البيان	الخدمات الاجتماعية	الصيانة	المشاريع	القوى المحركة	التجارية والمخازن	البحث والتطوير	ادارة المصنع
	S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7
المعاملات الفنية	0.98	0.92	0.96	0.97	0.993	0.98	0.94
المعامل التبادلي	1.0204	1.0870	1.0417	1.0309	1.0070	1.0204	1.0638

من الجدول أعلاه يمكن استنتاج أن انخفاض الطلب على خدمات المركز الانتاجي بمقدار وحدة واحدة ذلك سيؤدي انخفاض الحاجة الى متطلبات تقديم الخدمة بمقدار المعامل التبادلي لكل مركز خدمي، وهذه المعلومة يمكن أن تستخدم في تحديد عدد وحدات الخدمة المطلوبة اذا قررت الشركة التعاقد مع مجهز خارجي للخدمة، اذا قررت الشركة الاعتماد على مجهز خارجي لتوفير الخدمات الاجتماعية للعاملين فيها والتوقف عن تقديم هذه الخدمات داخليا سيكون عليها توفير الخدمة لـ (1512/1.0204 ≈ 1482) اي على الشركة أن توفر خدمات لـ (١٤٨٢) عاملاً وأن التكلفة التي يمكن تجنبها عند استبعاد مركزالخدمات الاجتماعية (1249199/1.0204 = 122425.5).

٣. **الاستخدام المحاسبي للمعامل التبادلي في مجال التخطيط والرقابة واتخاذ القرارات:** يمكن استخدام المعامل التبادلي في حساب معدلات تحميل التكلفة التبادلية لكل مركز خدمة، وذلك من خلال قسمة التكلفة التبادلية لمركز الخدمة على مستوى النشاط لمسبب التكلفة للوصول الى معدل تحميل خاص بتلك الخدمة كمثال رقمي مركز الخدمات الاجتماعية (S1=1249199/1512 = 826.19). وبالمقابل فإن معدل التحميل يمثل الكلفة الحدية للخدمة، لذا فان مركز الخدمات الاجتماعية اذا انخفض الطلب الكلي على خدماته من الاقسام الانتاجية بمقدار وحدة واحدة وهي (عامل واحد) فان الكلفة المتغيرة الكلية سوف تنخفض بمقدار 826.190 ديناراً. فضلا عن أن معدل التحميل ايضا له استخدامات متعددة يمكن أن يستخدم في المساعدة في ترشيد الطلب للمراكز المستخدمة من خلال توفير بيانات ملائمة وسليمة لأغراض تحديد أسعار استرداد التكلفة، وكذلك يمكن ان يساعد في قياس كفاءة مركز الخدمة من خلال توفير المعلومات التي تساعد في تحديد الكلفة المعيارية لهذه الخدمات .

الاستنتاجات والتوصيات

الاستنتاجات

١. إن التوزيع السليم لتكاليف مراكز الخدمات وفقا لطريقة (Jacobi) التكرارية قد يخفف من الانتقادات الموجهة لمحاسبي التكاليف من قبل الإدارة المتعلقة بنتائج التوزيع والقرارات التي ستبنى عليها.
٢. أظهرت نتائج التطبيق العملي أن طريقة (Jacobi) التكرارية تمثل بديلا ملائما للتطبيق في عينة البحث في مجال تخصيص تكاليف مراكز الخدمات وتحديد الكلف التبادلية وتوظيف مخرجاتها في مجالات مختلفة.
٣. إن تطبيق طريقة (Jacobi) التكرارية في تخصيص تكاليف مراكز الخدمات يساعد على توفير الكثير من المعلومات الضرورية الخاصة بتخطيط ورقابة تكاليف المراكز الخدمية.
٤. إن الجوانب الرياضية التي يحتاجها تطبيق طريقة (Jacobi) التكرارية قد يجعل منها في نظر الكثير من محاسبي التكاليف طريقة رياضية أكثر من كونها طريقة محاسبية تكاليفية، مما يؤدي الى استبعاد هذه الطريقة واللجوء إلى الطرائق الأكثر سهولة مما ينعكس على دقة النتائج والعدالة في التوزيع.
٥. الدقة في النتائج ليس العامل الوحيد لتفضيل طريقة (Jacobi) التكرارية، ويبقى احتياج الإدارة للمعلومات العامل الذي يحكم تطبيق هذه الطريقة.

التوصيات

١. ضرورة الاهتمام الاكاديمي والتطبيقي بطريقة (Jacobi) التكرارية بوصفها إحدى بدائل تخصيص التكاليف، وذلك لتجاوز واحدة من المشاكل المرتبطة بتخصيص التكاليف، حيث تساعد الطريقة على توفير الكثير من المتغيرات التي يمكن أن تستخدم في المجالات التخطيطية والرقابية لتكاليف المراكز الخدمية.
٢. تنمية الوعي المحاسبي التكاليف بخصوص أهمية طرائق تخصيص التكاليف واعتماد طريقة (Jacobi) التكرارية بديلا، عنها لما في ذلك من الحصول على أرقام سليمة لعناصر التكاليف.
٣. أن أساليب التخصيص تؤثر على مساءلة المديرين عن التكلفة في أقسامهم الخدمية، لذا فمن الأهمية بمكان للمحاسب ادراك نتائج التحول نحو طريقة (Jacobi) التكرارية، وأن يكون لديه المبررات الكافية لهذا التحول.

المصادر

أولاً- المصادر باللغة العربية

١. الطويل، مجدي،٢٠٠٩،"المصفوفات: النظرية والتطبيق"، دار النشر للجامعات، القاهرة، مصر.
٢. باسيلي، مكرم عبد المسيح،٢٠٠٧،"موسوعة محاسبة التكاليف -الجزء الثاني"، المكتبة العصرية للنشر والتوزيع.
٣. باسيلي، مكرم عبد المسيح،٢٠١٠،"الأساليب الكمية في المحاسبة "، المكتبة العصرية للنشر والتوزيع.
٤. صبح، محمد منصور، الحربي، صالح بن معين، ٢٠٠٦، "التحليل العددي وطرق حسابه العددية"، ٢٠٠٦، مكتبة الرشيد، الرياض، السعودية.

ثانياً- المصادر باللغة الانكليزية

1. Alnoor Bhimani, Charles T. Horngren, Srikant M. Datar, George Foster, 2008, “Management and Cost Accounting”, Fourth Edition, Pearson Education Limited.
2. Benta Kirke, Caplan Dennis,2017," Lattice allocations: A better way to do cost allocations", *Advances in Accounting*.

3. Chapra C. Steven ,2018,"Applied Numerical Methods with Matlab For Engineers and Scientists",4th edition,
4. Golub, Gene. A ,Vanloan, Charles .F, 2012 ," Matrix Computations ", 4TH edition, johns Hopkins university press, London.
5. Hansen Don R., Mowen Maryanne M.," Managerial Accounting", 2007, 8th edition, Thomson Southwestern.
6. Horngren Charles T., Data Srikant M., Rajan Madhav V., 2015, "Cost Accounting: A Managerial Emphasis", 15th edition, Pearson Prentice Hall, Upper Saddle River, New Jersey.
7. Keller A. Craig, 2005, "Simpler than ABC: New Ideas for Using Microsoft Excel for Allocating Costs", *Management Accounting Quarterly*, SUMMER, Vol 6, No 4.
8. Lanen William N. , Anderson Shannon W., Maher Michael W. Lanen, William N.,2014," Fundamentals of Cost Accounting", 4th edition , McGraw-Hill/Irwin Companies, Inc.
9. Leese Wallace R, 2013, "Using Excel's Solver Function To Facilitate Reciprocal Service Department Cost Allocations", *American Journal Of Business Education,* September/October, Vol 6, No 5.
10. Morajkar .V , Suhas Mahajan , 2015, "Advanced cost Accounting", Yashwantrao Chavan Maharashtra University press.
11. Steven A. finkler , David M.ward ,"Issue in cost accounting for healthcare organization ",1999,2nd edition ,An Aspen publication Gaithersburg, Maryland.
12. Stinson James B, 2002, "Cost Allocation -From the Simple to the Sublime", *Management Accounting Quarterly*, Fall, Vol.4 , N O 1.
13. Williams,Gareth,2014,"Linear Algebra with Application",8th edition, Jones & Bartlett Learning, LLC, an Ascend Learning Company.