تنمية الرافدين ٨٢ (٢٨) ٢٠٠٦
ص ص [٩-٢٠]

استخدام طريقة الامكان الأعظم وطريقة كابلن – ميير لتقدير دالة المعولية مع التطبيق على معمل إطارات بابل

الدكتور صفاء يونس الصفاوي
أستاذ مساعد - قسم الإحصاء
كلية علوم الحاسبات والرياضيات - جامعة الموصل

زكريا يحيى الجَمال
مدرس مساعد - قسم الإحصاء
كلية الإدارة والاقتصاد - جامعة السليمانية
Zak_hi79@yahoo.com

المستخلص

ظهرت دراسة المعولية Reliability **في العقد الأول من القرن العشرين ثم ازداد الاهتمام بدراستها أبان الحرب العالمية الثانية من خلال دراسة معولية المعدات الحربية ثم توسعت في السنوات الأخيرة لتشمل دراسة معولية المنتجات التجارية نتيجة للتطورات السريعة واستخدام الأجهزة الالكترونية والأنظمة المعقدة. وقد فرض هذا التطور اهتماما متزايدا في دراسة أسباب العطلات التي تؤدي إلى توقف الأجهزة والمكائن على اختلاف أنواعها. إن مفهوم المعولية من الناحية الإحصائية يتمثل في انه عبارة عن احتمال أن الجهاز أو الماكنة تعمل لإنجاز عمل معين لفترة من الزمن حتى حصول العطل في هذه الماكنة.**

تهدف هذه الدراسة إلى تقدير الدالة المعولية لمكائن معمل إطارات بابل، إذ تم استخدام طريقة معلمية هي طريقة الامكان الأعظم لتقدير الدالة المعولية، اذ كان التوزيع الأسي هو توزيع أوقات الفشل لاشتغال هذه المكائن. كما استخدامت طريقة لامعلمية هي طريقة كابلن – ميير لتقدير الدالة المعولية. ثم تمت المقارنة بين التقديرين باستخدام اختبار كولمكروف – سيمرنوف Kolmogorov - Smirnov **ومن خلال المقارنة أتضح انه لم يكن هناك فرق معنوي كبير بين استخدام الطريقتين.**

The Use of Maximum Likelihood and Kaplan-Meir Method to Estimate the Reliability Function An Application on Babylon Tires Factory

Dr. Safa'a Y. Saffawy
Dept. of Statistics-Mosul University

Zakaria Y. Al-Jammal
Dept. of Statistics-Sulaimani University

ABSTRACT

The study of reliability has appeared in the first decade of the twentieth century. The concentration on this type of study has been crystallized during the (II) World War, via studying the military devices reliability. This type has expanded recently to include the study of commercial products as a result of extraordinary developments on the one hand; and the use of electronic devices and the complex systems on the other. This sort of development has imposed

تاريخ التسلم ٢٠٠٥/٨/٩________________________________ تاريخ قبول النشر ٢٠٠٥/٩/٢١

an increasing concern on studying the reasons of breakdowns that may lead to the stoppage of devices and sets in their various kinds.

So, the concept of reliability is statistically the probability that the device and/or set may work to fulfill a certain work for a span of time until the breakdown has occurred.

The current study aims at estimating the reliability function of Babylon Tires Factory. Two methods have been followed (parametric and non-parametric). The first method is the maximum likelihood method as a parametric one. The second is Kaplan-Meir method as a non-parametric. A distribution has been demonstrated throughout using Komogrov - Simirove test. It is concluded that there was no significant difference between the two methods.

١. المقدمة Introduction

ظهرت دراسة المعولية Reliability في العقد الأول من القرن العشرين ثم ازداد الاهتمام بدراستها أبان الحرب العالمية الثانية من خلال دراسة معولية المعدات الحربية ثم توسعت في السنوات الأخيرة لتشمل دراسة معولية المنتجات التجارية نتيجة للتطورات السريعة واستخدام الأجهزة الالكترونية والأنظمة المعقدة. وقد فرض هذا التطور اهتماما متزايدا في دراسة أسباب العطلات التي تؤدي إلى توقف الأجهزة والمكائن على اختلاف أنواعها، ولان الفشل الذي تتعرض له هذه الأجهزة والمكائن يؤدي إلى خسائر مادية فضلا عن انخفاض الإنتاج.

إن مفهوم المعولية هو إمكانية قدرة الجهاز أو الماكنة على إنجاز العمليات من غير فشل (عطل). أما من الناحية الإحصائية فان المعولية هي عبارة عن احتمال أن الجهاز أو الماكنة تعمل لإنجاز عمل معين لفترة من الزمن حتى حصول العطل في هذه الماكنة.

تهدف هذه الدراسة إلى تقدير دالة المعولية لمكائن معمل إطارات بابل (حيث تم دراسة ثلاثة مكائن) باستخدام طريقتين، طريقة معلمية وهي طريقة الامكان الأعظم، إذ كان التوزيع الاسي هو توزيع أوقات الفشل لاشتغال هذه المكائن.أما الطريقة الثانية فهي طريقة كابلن – مبير وهي طريقة لامعلمية. وعلى هذا الأساس تمت المقارنة بين الطريقتين إحصائيا باستخدام اختبار كولمكروف – سيمرنوف.

وقد قسمت هذه الدراسة على أربعة مباحث: تضمن المبحث الأول المقدمة في حين شمل المبحث الثاني الجانب النظري، واشتمل المبحث الثالث فقد أحتوى على الجانب التطبيقي أما المبحث الرابع على الاستنتاجات.

٢. الجانب النظري: بعض المفاهيم الخاصة بالمعولية

٢-١ الدالة المعولية Reliability Function

تعرف الدالة المعولية بأنها احتمال عدم فشل الماكنة إلى الوقت t حيث ($t > 0$). والمعنى الواسع للمعولية هي أنها مقياس للأداء. نفرض أن T عبارة عن متغير

عشوائي غير سالب يمثل وقت الفشل Failure Time وله دالة كثافة احتمالية f(t) ، فضلاً عن دالة احتمالية تجميعية F(t) فإن :

$$R(t) = p(T > t) \quad , \quad 0 < t < \infty \qquad \text{........................(1)}$$

اذ إن: $R(t)$ تمثل الدالة المعولية.

ويمكن إعادة كتابة المعادلة (1) بالشكل الاتي :

$$\begin{aligned} R(t) &= 1 - p(T \leq t) \\ &= 1 - F(t) \end{aligned} \qquad \text{............................(2)}$$

٢ -٢ دالة الفشل Failure Function

يمكن تعريف دالة الفشل بأنها احتمال فشل (عطل) الماكنة خلال المدة $\{t < T < t + \Delta t\}$، أي هي احتمال عدم نجاح الماكنة خلال المدة نفسها، ويرمز لها بالرمز $f(t)$. وتعطى صيغة دالة الفشل بالشكل الاتي:

$$f(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{p_r(t < T < t + \Delta t)}{\Delta t} \qquad \text{.............................(3)}$$

انظر (Kalbfleisch and Prentice, 1980, 6) .

٢ -٣ دالة المخاطرة Hazard Function

تعرف دالة المخاطرة بأنها المعدل الفوري Instantaneous Rate لحدوث الفشل عندما T=t . أما التعريف الرياضي لدالة المخاطرة أو ما يسمى أحيانا بنسبة الفشل Failure Rate فهو:

$$\begin{aligned} h(t) &= \lim_{\Delta t \to 0} \frac{p_r(t < T < t + \Delta t \mid T > t)}{\Delta t} \\ &= \frac{f(t)}{R(t)} \end{aligned} \qquad \text{..........................(4)}$$

اذ إن $h(t)$ تمثل دالة المخاطرة.

٢ -٤ توزيعات أوقات الفشل Failure Time Distributions

هي النماذج الرياضية التي تصف احتمالية أوقات الفشل. ويتم التعبير عن هذه النماذج بدالة الكثافة الاحتمالية (p.d.f)، وكما نعلم انه لدينا العديد من التوزيعات الاحتمالية والتي تكون دالة الكثافة الاحتمالية لها معلومة. إن أكثر دوال الكثافة الاحتمالية التي تمثل أوقات الفشل تتبع توزيعات احتمالية معروفة، ومن أكثر هذه

التوزيعات استخداما هو التوزيع الاسي، توزيع ويبل، التوزيع الطبيعي، التوزيع الطبيعي اللوغاريتمي، توزيع كاما. كما يطلق على هذه التوزيعات في أدبيات المعولية بـــ (توزيعات أوقات الفشل).

٢ -٥ تقدير دالة المعولية Estimation of Reliability Function

ناك العديد من الطرق المستخدمة في تقدير دالة المعولية منها الطرق الـ معلميـــة والمتمثلة بطريقة الإمكان الأعظـــم Maximum Likelihood Method أو باســـتخدام خاصية المقدر غير المتحيز المنتظم ذي اقـــل تبـــاين uniformly minimum variance unbiased Estimator. ويتم استخدام هذه الطرق لتقدير دالة المعولية بعد معرفة شـــكل توزيع وقت الفشل. أما الجانب الآخر لتقدير دالـــة المعوليـــة فهـــو اســـتخدام الطـــرق اللامعلمية Nonparametric Methods إذ تعد طريقة كابلن – مييـــر Meier–Kaplan من أكثر هذه الطرق استخداما في تقدير دالة المعولية . ويعني مفهوم اللامعلميـــة انـــه ليس لدينا توزيع معروف (معلوم) للمعلمات.

٢ -٦ التوزيع الأسي Exponential Distribution

يعد التوزيع الأسي أكثر توزيعات الفشل استخداما في دراسة المعولية. ودالة الكثافة الاحتمالية يمكن الحصول عليها من مفهوم نسبة الفشل وكذلك يمكن الحصول عليها إذا أخذنا بنظر الاعتبار أن وقت الانتظار بين الحوادث يتبع عمليات بواسون.انظر (Kalbfleisch and Prentice, 2002, 6) ، (الخزرجي، ٢٠٠١).

إن دالة الكثافة الاحتمالية (p.d.f) هي :

$$f(t)=\frac{1}{\theta}\,EXP\,(-\frac{t}{\theta})\quad,\ t>0 \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots(5)$$

وان دالة التوزيع التجميعية (c.d.f) هي :

$$F(t)=1-EXP\,(-\frac{t}{\theta}) \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots(6)$$

أما بالنسبة إلى دالة المعولية فانها تأخذ الشكل الاتي:

$$R(t)=EXP\,\,(-\frac{t}{\theta}) \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots(7)$$

وعليه فإن نسبة الفشل تكون:

$$h(t) = \frac{f(t)}{R(t)}$$
$$= \frac{1}{\theta}$$

ولغرض تقدير معلمة القياس θ الخاصة بالتوزيع الأسي فإننا وكما سبق سنستخدم التقدير بطريقة الإمكان الأعظم وعلى النحو الآتي:

إذا كان المتغير العشوائي T له دالة كثافة احتمالية وكما هو موضح بالمعادلة (5) ومن المعروف أن دالة الامكان هي :

$$L(\theta) = \prod_{i=1}^{n} f(t_i;\theta)$$

عندئذ فإن:

$$L(\theta) = \prod_{i=1}^{n} \left[\frac{1}{\theta} EXP \left(-\frac{t_i}{\theta} \right) \right]$$

$$= \theta^{-n} \, EXP \left(-\frac{\sum_{i=1}^{n} t_i}{\theta} \right)$$

وبأخذ الـــــ Ln للطرفين نحصل على :

$$Ln\ L(\theta) = -\, n\, Ln\ \theta - \frac{\sum_{i=1}^{n} t_i}{\theta}$$

وبأخذ المشتقة الأولى لــــــ θ ومن ثم جعلها مساوية للصفر نحصل على مقدر الامكان الأعظم (MLE) وبالشكل الاتي:

$$\hat{\theta} = \frac{\sum_{i=1}^{n} t_i}{n} = \bar{t} \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(8)$$

وعليه يكون التقدير $\hat{\theta}$ هو تقدير غير متحيز لمعلمة القياس θ.

الآن وبعد أن قدرت $\hat{\theta}$ سوف يتم تقدير دالة المعولية وذلك من خلال تعويض قيمة مقدر الامكان الأعظم $\hat{\theta}$ في دالة المعولية الموضحة بالمعادلة 7 وعلى النحو الاتي:

$$\hat{R}(t_i)_{MLE} = EXP\ (-\frac{t}{\bar{t}}) \qquad \text{.............................(9)}$$

٢ -٧ طريقة كابلن – مبير Kaplan - Meier

في عام 1958 اقترح الباحثان Kaplan and Meier طريقة لامعلمية لغرض تقدير دالة المعولية، فقد درس هذان الباحثان خصائص التقدير، منها إن هذا التقدير هو متسق Consistent وغير متحيز Unbiased إلى $R(t)$. (العذاري، ١٩٨٧، ٤٠).

أن دالة تقدير المعولية باستخدام طريقة كابلن – مبير تعطى بالشكل الآتي:

$$\hat{R}(t_i) = \prod_{j=1}^{i}\left(\frac{n_j - r_j}{n_j}\right),\ \ i = 1,2,........, m \qquad \text{..............(10)}$$

اذ إن:

m : هو العدد الكلي للفترات.

n_j : هو عدد المرات المتبقية من حالات الفشل في الفترة $(j-1)$.

r_j : عدد مرات الفشل للزمن j .

$$n_j = n - \sum_{j=0}^{i-1} S_j - \sum_{j=0}^{i-1} r_j \qquad , i = 1,2,........m \qquad \text{.................(11)}$$

إذ إن :

n : العدد الكلي للوحدات تحت التحليل.

S_j : تمثل عدد العطلات المؤقتة للزمن j .

ونلاحظ في طريقة كابلن – مبير أن تقدير المعولية يحسب فقط للأوقات التي يظهر فيها فشل واحد أو اكثر. في حين يستبعد عدد العطلات المؤقتة عن عملية التشغيل وتضاف إلى المجموع n_j . ويعد مقدر كابلن – مبير ذا شكل طبيعي مقارب وسط حسابي مقداره $R(t)$، أما التباين فهناك العديد من الطرق التي تقدر قيمة هذا التباين، ومن أكثر الصيغ استخداما هي صيغة Greenwood (Greenwood, 1926) .

$$Var\left[\hat{R}(t)\right]=\left[\hat{R}(t)\right]^2\sum_{j=1}^{t(j)\le t}\frac{r_j}{n_j(n_j-r_j)} \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(12)$$

وهناك طريقة أخرى، قدمها الباحث (Peto, 1977) وهي:

$$Var\left[\hat{R}(t)\right]=\left[\hat{R}(t)\right]^2\left[\frac{1-\hat{R}(t)}{n_k}\right] \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(13)$$

٣. الجانب التطبيقي

لقد احتسبت المعولية لعينة عشوائية من مكائن معمل إطارات بابل وهذه البيانات تمثل أوقات الاشتغال بين فشل وآخر.

٣-١ وصف البيانات

لقد تم الاعتماد على بيانات لعينة عشوائية لمكائن معمل إطارات بابل تم تناولها من المصدر١ (راجع المصدر ١) وعددها ثلاث مكائن من قسمين من أقسام المعمل. وهذه البيانات تمثل أوقات الاشتغال (ساعة) بين فشل وآخر عن طريق الأوقات التي تم تسجيلها في الكشوفات الداخلية للمعمل. أما المدة الزمنية لحساب البيانات فكانت ستة أشهر واعتبارا من تاريخ ٢٠٠٠/٧/١ إلى ٢٠٠٠/١٢/٣١.

أما المكائن التي تم اختيارها فهي:

١. ماكنة التريد وهي من قسم التشكيل وسوف نرمز لها بالرمز M_1 .
٢. ماكنة بناء مرحلة أولى وهي من قسم البناء ويرمز لها بالرمز M_2 .
٣. ماكنة بناء مرحلة ثانية وهي من قسم البناء أيضاً ورمزها M_3 .

الجدول ١ يوضح أوقات الاشتغال بين فشل وآخر للمكائن الثلاث وبالشكل الاتي:

الجدول ١

أوقات الاشتغال (ساعة) بين فشل وآخر للمكائن الثلاث

رمز الماكنة	أوقات الاشتغال بين فشل وآخر
M_1	18.75, 4 , 259.5, 19 , 203.5, 24, 261, 96, 321,402.5, 404, 72, 127.5, 10.5, 135, 247, 17, 2.5, 292.5, 8.5, 19.25, 152, 11.5, 83.25, 17.5, 147, 44.5, 66.5, 245
M_2	140.5, 312, 22.5, 48.75, 72.5, 49.75, 218.25, 22.25, 9.25, 68.25, 0.25, 75.5, 22.5, 23.25, 22, 63, 23, 58.75, 237.5, 193.5, 30.25, 17.75, 141, 146.5, 127.5, 257.75, 352, 42.5, 138.5, 51, 35.75, 173, 41.75
M_3	71.25, 141.75, 78, 220.25, 80.25, 44, 752.25,268, 200.5, 194, 14.5, 11.75, 2.5, 90.75, 43, 49.75, 13, 84.75, 140.75, 38.25, 77, 26.75, 51.25, 78.5, 34.5, 53.5, 118.75, 5, 33, 19.5, 18.75, 47, 15.5, 31.75, 60, 11.5, 9, 130.75

ولغرض معرفة توزيع هذه البيانات تم استخدام اختبار χ^2 لحسن المطابقة في برنامج MINITAB ولقد تبين بان أوقات الاشتغال بين فشل وآخر لها توزيع أسي.

الجدول ٢

تقدير دالة المعولية لـــ M_1 ولكل وقت بالطريقتين

No.	time	rj	R(ti)MLE	R(ti)KM
1	2.5	1	0.98066	0.9655
2	4	1	0.969235	0.931
3	8.5	1	0.935755	0.8966
4	10.5	1	0.921248	0.8621
5	11.5	1	0.91408	0.8276
6	17	1	0.875637	0.7931
7	17.5	1	0.872224	0.7586
8	18.75	1	0.863748	0.7241
9	19	1	0.862063	0.6897
10	19.25	1	0.860381	0.6552
11	24	1	0.82904	0.6207
12	44.5	1	0.706359	0.5862
13	66.5	1	0.594821	0.5517
14	72	1	0.569805	0.5172
15	83.25	1	0.521866	0.4828
16	96	1	0.472391	0.4483
17	127.5	1	0.369345	0.4138
18	135	1	0.348327	0.3793
19	147	1	0.317158	0.3448
20	152	1	0.305008	0.3103
21	203.5	1	0.20398	0.2759
22	245	1	0.1475	0.2414
23	247	1	0.145213	0.2069
24	259.5	1	0.131704	0.1724
25	261	1	0.130169	0.1379
26	292.5	1	0.101775	0.1034
27	321	1	0.081461	0.069
28	402.5	1	0.043097	0.0345
29	404	1	0.042595	0

٣ -٢ تقدير دالة المعولية لـــ M_1

سنقوم بتقدير دالة المعولية للماكنة الأولى باستخدام طريقة الامكان الأعظم المتمثلة بالمعادلة ٩ اذ إن $\overline{T} = \hat{\theta} = \mathbf{128.009}$ ، فضلاً عن طريقة كابلن – مبير الموضحة بالمعادلة ١١. الجدول ٢ يوضح قيم دالة المعولية المقدرة لكل وقت بالطريقتين.

٣ -٣ تقدير دالة المعولية لـــــ M_2

هنا أيضا قمنا بتقدير دالة المعولية للماكنة الثانية باستخدام طريقة الامكان الأعظم المتمثلة بالمعادلة ٩ اذ إن $\overline{T} = \hat{\theta} = \mathbf{100.5}$ ، فضلاً عن طريقة كابلن – مبير الموضحة بالمعادلة ١١. الجدول ٣ يوضح قيم دالة المعولية المقدرة لكل وقت بالطريقتين.

الجدول ٣

تقدير دالة المعولية لـــــ M_2 ولكل وقت بالطريقتين

No.	Time	rj	R(ti)MLE	R(ti)KM
1	0.25	1	0.997516	0.9688
2	9.25	1	0.912069	0.9375
3	17.75	1	0.838101	0.9063
4	22	1	0.803398	0.875
5	22.25	1	0.801402	0.8438
6	22.5	2	0.799411	0.8125
7	23	1	0.795443	0.7813
8	23.25	1	0.793467	0.75
9	30.25	1	0.740081	0.7188
10	35.75	1	0.700668	0.6875
11	41.75	1	0.660061	0.6563
12	42.5	1	0.655154	0.625
13	48.75	1	0.615651	0.5938
14	49.75	1	0.609556	0.5625
15	51	1	0.602021	0.5313
16	58.75	1	0.557342	0.5
17	63	1	0.534264	0.4688
18	68.25	1	0.507071	0.4375
19	72.5	1	0.486075	0.4063
20	75.5	1	0.471779	0.375
21	127.5	1	0.281209	0.3438

يتبع

ماقبله ⇦

No.	Time	rj	R(ti)MLE	R(ti)KM
22	138.5	1	0.252055	0.3125
23	140.5	1	0.247088	0.2813
24	141	1	0.245862	0.25
25	146.5	1	0.232768	0.2188
26	173	1	0.178817	0.1875
27	193.5	1	0.145821	0.1563
28	218.25	1	0.11399	0.125
29	237.5	1	0.09412	0.0938
30	257.75	1	0.076944	0.0625
31	312	1	0.044848	0.0313
32	352	1	0.030122	0

٣ -٤ تقدير دالة المعولية لـــ M3

بالأسلوب نفسه الذي اتبعناه في الجدولين السابقين قمنا بتقدير دالة المعولية للماكنة الثالثة طريقة الامكان الأعظم المتمثلة بالمعادلة ٩ اذ أن $\overline{T} = \hat{\theta} = \mathbf{88.4803}$ فضلاً عن طريقة كابلن – مبير الموضحة بالمعادلة ١١. الجدول ٤ يوضح قيم دالة المعولية المقدرة لكل وقت بالطريقتين.

الجدول ٤

يوضح تقدير دالة المعولية لـــ M3 ولكل وقت بالطريقتين

No.	Time	rj	R(ti)MLE	R(ti)KM
1	2.5	1	0.972147	0.9737
2	5	1	0.945069	0.9474
3	9	1	0.903305	0.9211
4	11.5	1	0.878145	0.8947
5	11.75	1	0.875668	0.8684
6	13	1	0.863387	0.8421
7	14.5	1	0.848876	0.8158
8	15.5	1	0.839338	0.7895
9	18.75	1	0.809074	0.7632
10	19.5	1	0.802247	0.7368
11	26.75	1	0.739146	0.7105

يتبع ⇦

ماقبله ⇐

No.	Time	rj	R(ti)MLE	R(ti)KM
12	31.75	1	0.698544	0.6842
13	33	1	0.688747	0.6579
14	34.5	1	0.677172	0.6316
15	38.25	1	0.649077	0.6053
16	43	1	0.615158	0.5789
17	44	1	0.608246	0.5526
18	47	1	0.587973	0.5263
19	49.75	1	0.569984	0.5
20	51.25	1	0.560405	0.4737
21	53.5	1	0.546337	0.4474
22	60	1	0.507648	0.4211
23	71.25	1	0.44705	0.3947
24	77	1	0.418928	0.3684
25	78	1	0.414221	0.3421
26	78.5	1	0.411887	0.3158
27	80.25	1	0.403823	0.2895
28	84.75	1	0.383803	0.2632
29	90.75	1	0.358644	0.2368
30	118.75	1	0.261373	0.2105
31	131.75	1	0.225666	0.1842
32	140.75	1	0.203845	0.1579
33	141.75	1	0.201555	0.1316
34	194	1	0.111683	0.1053
35	200.5	1	0.103774	0.0789
36	220.25	1	0.083018	0.0526
37	268	1	0.0484	0.0263
38	752.25	1	0.000203	0

٤. الاستنتاجات

١. من خلال الجدول ٢ نلاحظ بأنه لايوجد فرق معنوي كبير في تقدير معولية الماكنة الأولى عند استخدام الطريقة المعلمية المتمثلة بطريقة الامكان الاعظم والطريقة اللامعلمية الموضحة بطريقة كابلن – مبير، اذ تم استخدام اختبار كولمكروف – سيمرنوف لغرض اختبار الطريقتين، اذ كانت القيمة المحسوبة للاختبار(0.919) اقل من قيمة P value عند ($\alpha=0.01$).

٢. عند تقدير دالة معولية الماكنة الثانية أيضا لم نلحظ وجود فرق معنوي كبير بين الطريقتين، وكما هو موضح بالجدول ٣. اذ كانت القيمة المحسوبة للاختبار(0.5) اقل من قيمة P value عند (α=0.01).

٣. عند استخدام اختبار كولمكروف – سيمرنوف لم نلحظ وجود أي فرق معنوي بين الطريقتين عند تقدير دالة المعولية الخاصة بالماكنة الثالثة، وكما هو موضح في الجدول ٤. اذ كانت القيمة المحسوبة للاختبار(0.574) اقل من قيمة P value عند (α=0.01).

٤. يتبين من النقاط الثلاث المذكورة آنفاً أنه بالامكان الاعتماد على الطريقة اللامعلمية المتمثلة بطريقة كابلن – مبير عند تقدير دالة المعولية للمكائن، ويرجع السبب في الاعتماد على هذه الطريقة أن أغلب العاملين في هذه القطاعات تكون معرفتهم بالإحصاء قليلة ومثل هذه الطرائق لا تحتاج إلى تعقيد.

٥. تعد طريقة الامكان الأعظم من أكثر طرائق التقدير استخداماً عند تقدير دالة المعولية، وذلك لسهولة استخدام هذه الطريقة في إيجاد مقدرات معلمات توزيعات أوقات الفشل.

المراجع

أولاً - المراجع باللغة العربية

١. أحمد عبد علي الخزرجي، مقارنة طرائق تقدير المعولية للبيانات الكاملة باستخدام المحاكاة مع تطبيق عملي، رسالة ماجستير، جامعة ا لموصل، كلية علوم الحاسبات والرياضيات، قسم الإحصاء، ٢٠٠١.

٢. فارس مسلم العذاري، و عدنان شمخي جابر، استخدام طريقة كابلن – مبير لتقدير معولية مكائن قسم المربيات/معمل تعليب كربلاء، مجلة تنمية الرافدين، العدد العشرون، ١٩٨٧.

ثانياً - المراجع باللغة الاجنبية

1. Ebeling, C.E.,An Introduction to Reliability and Maitamability Engineering, McGraw-Hill, 1997.
2. Greenwood, M., The Errors of Sampling of Survivorship tables, Reports on Public Health and Statistical Subjects, 1926.
3. Kalbfleisch, J.D. and Prentice, R.L., 2nd ed., The Statistical Analysis of Failure Time Data, John Wiley and Sons. New York, 2002.
4. Kaplan, E.L, and Meier, P., Nonparametric Estimation From Incomplete Observations, JASA, 1958.
5. Lawless, Life Time Distribution, Estimation and Testing, John Wiley and Sons, New York , 2003.
6. Peto, R. *et al*, Design and Analysis of Randomized Clinical Trials Requiring Prolonged Observation of each Patient, British Journal of Cancer, 1977.