



اسم المقال: التكهن بواسطة نماذج الانحدار الحركي مع التطبيق
اسم الكاتب: أ.م.د. حسن محمد الياس، م.م. نوال محمود المعماري
رابط ثابت: <https://political-encyclopedia.org/library/3175>
تاريخ الاسترداد: 2026/06/05 04:09 +03

الموسوعة السياسية هي مبادرة أكاديمية غير هادفة للربح، تساعد الباحثين والطلاب على الوصول واستخدام وبناء مجموعات أوسع من المحتوى العلمي العربي في مجال علم السياسة واستخدامها في الأرشيف الرقمي الموثوق به لإغناء المحتوى العربي على الإنترنت. لمزيد من المعلومات حول الموسوعة السياسية - Encyclopedia Political، يرجى التواصل على info@political-encyclopedia.org

استخدامكم لأرشيف مكتبة الموسوعة السياسية - Encyclopedia Political يعني موافقتك على شروط وأحكام الاستخدام المتاحة على الموقع <https://political-encyclopedia.org/terms-of-use>



التكهن بواسطة نماذج الانحدار الحركي مع التطبيق

نوال محمود المعماري
مدرس مساعد- قسم نظم المعلومات
كلية الإدارة والاقتصاد- جامعة الموصل

الدكتور حسن محمد الياس
أستاذ مساعد- قسم الإحصاء
كلية علوم الحاسبات والرياضيات- جامعة الموصل

المستخلص

النماذج الحركية هي النماذج التي تأخذ متغير الزمن بنظر الاعتبار ونمذجة الانحدار الحركي وقد تبين أن المخرجات (Y_t) التي تنتج من المدخلات (X_t) تكون على وفق ما يأتي:-
١. علاقة التخلف الزمني بين المخرجات والمدخلات.
٢. التركيب الزمني لسلسلة الاضطراب (الخطأ العشوائي).
وللحصول على نموذج رياضي فإنه يتم تشخيص النموذج النسبي عن طريق تشخيص دالة التحويل الخطية فكان النموذج النسبي لدالة التحويل من الرتبة (0,0,1) وعند اختبار قيم سلسلة الاضطراب باستخدام معاملات الارتباط الذاتي والارتباط الذاتي الجزئي، وجد أن جميع المعاملات كانت غير معنوية، مما يدل على أن سلسلة الاضطراب هي سلسلة بواق عشوائية وبذلك كانت $N_t=a_t$.

Forecasting by Dynamic Regression Models with an Application

Hassan M. Alias (PhD)
Assistant Professor
Department of Statistics
University of Mosul

Nawal M. Al - Miamary
Assistant Lecturer
Department of Management Information Systems
University of Mosul

ABSTRACT

Dynamic Regression Model is that model which takes the time into account. The modeling of the Dynamic Regression shows how the output is resulted from the input. This depends on the following:

1. The relation of the lag time with the input and output.
2. The time composition for the turbulence series (random error)

In order provide mathematical model, the relative model was identified by specifying the linear transformation function. The relative model of the transformation function was of the degree (0, 0, 1). When the values of turbulence series were examined by using auto - correlation and partial auto correlation coefficients, it is found that all of the coefficients were insignificant and that consequently proves the turbulence series which is a series of random residuals, so that:- $N_t=a_t$.

المقدمة

إن استخدام موضوع السلاسل الزمنية في وصف الظاهرة لمعرفة طبيعة التغيرات التي تطرأ عليها في الفترات الزمنية وما ستكون عليه من المواضيع المستخدمة في تحليل وتفسير الكثير من الظواهر.

إذ إن قيمة الظاهرة تتأثر بتغير العناصر المكونة لها من الاتجاه العام والتغيرات الموسمية والتغيرات الدورية وكذلك التغيرات العشوائية، وإن تحليل السلاسل الزمنية هو دراسة هذه العناصر لتحديد أثر كل منها في الظاهرة.

ويعتمد التحليل على إعداد النماذج الاحتمالية (معادلة الانحدار) الفرضية للتعبير عن البيانات، والنماذج التي يعبر عنها يتم اختيارها بالاعتماد على الدراسة والفحص الدقيق للخصائص الأساسية للسلسلة، والتحليل يمكن أن يتضمن متغيرات تفسيرية بالنسبة للنماذج المقترحة.

وإن استخدام أنموذج الانحدار الخطي في هذه الحال غير صحيح بسبب وجود الارتباط الذاتي أو ما يسمى بالارتباط المتسلسل في الأخطاء الذي يشير إلى أن هذا الأنموذج غير ملائم، فعند صياغة أنموذج انحدار مع أخطاء ARIMA فإن هناك مشكلتين في تطبيق المربعات الصغرى لتقدير المعلمات لأنها لا تحسب الزمن في البيانات، فضلاً عن أن الأخطاء المعيارية عندما يكون هناك ارتباط ذاتي فإنها تبدو صغيرة إذ إن بعض المتغيرات التفسيرية تكون معنوية في حين أنها ليست كذلك، وهذا ما يسمى بالانحدار المزيف Spurious Regression.

الهدف

إن الهدف من هذا البحث هو دراسة وتحليل النماذج التي يمكن أن تعالج الأخطاء المترابطة. فبعد تكوين الأنموذج الأولي يتم الاختيار الأولي للمعاملات، وتستخدم طريقة للتقدير بالاعتماد على البيانات المتاحة. ثم يتم التدقيق لتعديل أو بقاء فرضيات الأنموذج وبعدها تقارن القيم المشاهدة مع القيم التنبؤية المقابلة لها، وإذا كان الأنموذج ملائماً يمكن استخدام الأنموذج الذي يتم اختياره للتكهن وبمتابعة الخطوات فيما سبق يتم اختيار أنموذج للتكهن بالقيم المستقبلية بواسطة نماذج الانحدار الحركي.

الجانب النظري

١. دالة التحويل Transfer Function

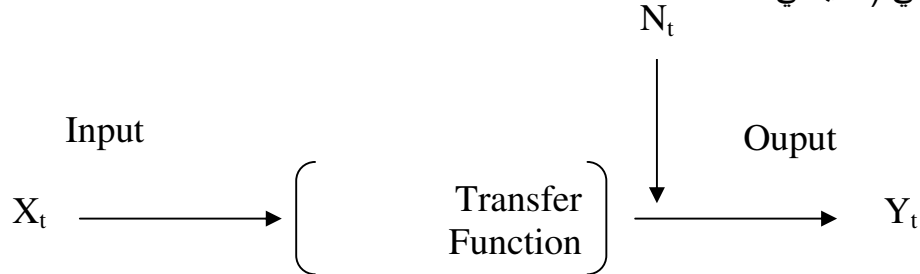
هي دالة رياضية تعبر عن العلاقة بين المدخلات X_t (Input) والمخرجات Y_t (output)، فإذا كانت Y_t تعتمد على X_t تكتب بالشكل الآتي:

$$Y_t = f(X_t) \quad (1)$$

اذ أن $f(\cdot)$ تسمى دالة التحويل أي إن تأثير التغير في X_t يتحول إلى Y_t بطريقة ما محددة بواسطة الدالة $f(\cdot)$ التي يمكن التعبير عنها بأنها توصف العلاقة

بين المدخلات والمخرجات. (Pankratiz,1991) (Jenkins and Box,1976,148)

و $f(X_t)$ دالة التحويل أو مكون الانحدار التي توضح التغيرات التي تطرأ على المتغيرات التوضيحية لتصبح متغيرات تنبؤية، أو التنبؤ بالمتغيرات المعتمدة عند تشغيل النظام الحركي وهي جزء من النظام والمخطط الآتي يوضح هيكل النظام الحركي (الشيخلي، ٢٠٠٣)



٢. توزيع الإزاحات الخطي Linear Distributed Lags

وتكتب دالة التحويل $f(X_t)$ بوصفها تركيباً خطياً من القيم الحالية والسابقة لـ X_t

$$Y_t = v_0 X_t + v_1 X_{t-1} + v_2 X_{t-2} + \dots \quad (2)$$

إذ أن v_0 هو الوزن الذي يوضح كيف يستجيب Y_t للتغير في X_t ... وهكذا يمكن أن تكون الاستجابة لتوزيع الإزاحات طولها لانتهائي وأن الأوزان (v) يمكن أن تكون موجبة أو سالبة (Pankratiz, 1991, 149).

٣. الزمن الميت Dead Time

قد لا تتأثر Y_t مباشرة بالتغير في X_t لأن البعض من الأوزان الأولية قد تكون صفراً، وبذلك فإن عدد الأوزان (v) التي تساوي صفراً ويكون البدء مع (v_0) وتسمى الزمن الميت ويرمز له بـ b ، فإذا فرضنا (Pankratiz, 1991, 150)، (الزبيدي، ١٩٩٨).

$$v_0 = v_1 = v_2$$

$$v_3 \neq 0$$

$$b = 3$$

فان

لذلك تعد

أي أن b تمثل معلمة التأخير الزمني المتمثلة بوقت الإزاحة الفعلية المنقضي قبل أن تبدأ (X_t) بالتأثير في (Y_t) (الزبيدي، ١٩٩٨).

٤. دالة الاستجابة المحفزة (النبضية) Impulse Response Function

عند إعادة كتابة دالة التحويل لتوزيع الإزاحات الخطية باستخدام عامل الإزاحة الخلفية ومن خلال تعريف $v(B)$ وتعويضها في ٢ ينتج:

$$Y_t = v(B) X_t \quad (3)$$

والمعادلة ٣ تبين وجود علاقة توزيع إزاحات خطية بين التغيرات في (X_t) والتغيرات في (Y_t) وأن الأوزان المفردة في $v(B)$ ، (v_0, v_1, v_2, \dots) تسمى أوزان الاستجابة المحفزة، والمجموعة الكاملة من الأوزان v تسمى بدالة الاستجابة المحفزة (Pankratiz, 1991, 150)، وهي دالة تظهر السلوك الحركي للنظام وتظهر أي تغير يحدث في تشغيل النظام، وتوضح مدى التأثير عند تحفيز النظام في الزمن (t) ، وتظهر التأثيرات في الزمن $(t+n)$ مع العلم أنه لا يوجد تحفيز آخر في النظام ودالة الاستجابة المحفزة هي مقياس لإستجابة المخرجات عند إجراء تغيرات للمدخلات (الشيخلي، ٢٠٠٣).

٥. الهبوط الأسي للأوزان v Exponential v-Weight Decay

تم تطوير الهبوط الأسي للأوزان من قبل العالم Koyck عام ١٩٥٤ وتسمى النتيجة أنموذج Koyck، وتفترض بأن δ_1 ثابت ويقدر بـ $0 < \delta_1 < 1$ وبوصف أن الزمن الميت صفر $(b=0)$ وبافتراض أن الأوزان v من $v(B)$ مرتبطة مع بعضها بالشكل الآتي:

$$\begin{aligned} v_1 &= \delta_1 v_0 \\ v_2 &= \delta_1 v_1 \\ &\cdot \\ &\cdot \\ &\cdot \\ v_k &= \delta_1 v_{k-1} \end{aligned} \quad (4)$$

وبمعرفة v_0 و δ_1 يمكن كتابة (4) بالشكل الآتي:

$$\begin{aligned} v_2 &= \delta_1 v_1 = \delta_1^2 v_0 \\ v_3 &= \delta_1 v_2 = \delta_1^3 v_0 \\ &\cdot \\ &\cdot \\ &\cdot \end{aligned} \quad (5)$$

$$v_k = \delta_1^k v_0, \quad k \geq 0$$

إذ v_0 توفر قيمة البدء للهبوط، وتشير δ_1 إلى نسبة الهبوط وإذا قدرت δ_1 و v_0 سيكون هناك استخدام جيد ومناسب للبيانات وبعدها يتم إيجاد تقدير الأوزان v من المعادلة ٥، ولكن عندما $b > 0$ فإن الدالة تصبح:

(Pankratiz, 1991, 151)

$$v_k = \delta_1^{k-b} v_b, \quad k > b \quad (6)$$

صيغة العجز الاقتصادي من أنموذج Koyck

A parsimonious Form of the Koyck Model

تستخدم طريقة Koyck لإيجاد صيغة لدالة التحويل لها معلمتان v_0 و δ_1

وذلك باستبدال الأوزان (v) في (3) بـ $v_k = \delta_1^k v_0$ للحصول على:

$$Y_t = v_0 X_t + \delta_1 v_0 X_{t-1} + \delta_1^2 v_0 X_{t-2} + \dots \quad (7)$$

والاستجابة لـ Y_{t-1} يمكن إيجادها بخطوتين من (7) وكالاتي:

الخطوة الأولى: بالتعويض عن t بـ $(t-1)$ نحصل:

$$Y_{t-1} = v_0 X_{t-1} + \delta_1 v_0 X_{t-2} + \delta_1^2 v_0 X_{t-3} + \dots \quad (8)$$

الخطوة الثانية: بضرب طرفي المعادلة (8) في δ_1

$$\delta_1 Y_{t-1} = \delta_1 v_0 X_{t-1} + \delta_1^2 v_0 X_{t-2} + \delta_1^3 v_0 X_{t-3} + \dots \quad (9)$$

وبطرح (9) من (7) للحصول على:

$$Y_t = v_0 X_t + \delta_1 Y_{t-1} \quad (10)$$

وبالحصول على معلمات قليلة يتم إعداد نموذج للتقدير أكثر كفاءة والحصول على تنبؤات دقيقة أكثر، وعندما $b > 0$ فإن الأنموذج يكون (Pankratiz, 1991, 153)، (Makridakis and Wheelwright, 1978)

$$Y_t = v_b X_{t-b} + \delta_1 Y_{t-1} \quad (11)$$

٧. توزيع الإزاحات النسبية Rational Distributed Lags

إن أنموذج كويك هو أحد مجاميع الدوال التحويلية التي هي مجموعة من نماذج توزيع الإزاحات النسبية. وبتعميم أنموذج كويك لدراسة هذه المجموعة من الدوال التحويلية. ومن أنموذج كويك في المعادلة (Pankratiz, 1991, 156):

$$(1 - \delta_1 B) Y_t = v_0 X_t$$

$$Y_t = \frac{v_0}{1 - \delta_1 B} X_t \quad (12)$$

وتعد المعادلة ١٢ معادلة متعددة الحدود النسبية لأن $v(B)$ هي نسبة، ومنها نستدل على عدد لانهائي من الأوزان v من $v(B)$ مع معلمتين δ_1 و v_0 . ومجموعة من نماذج توزيع الإزاحات النسبية المتعددة الحدود هي مجموعة من دوال الاستجابة المحفزة $v(B)$ المعطاة بواسطة (Pankratiz, 1991, 162):

$$v(B) = \frac{w(B)B^d}{\delta(B)} \quad (13)$$

إذ إن

$$w(B) = w_0 + w_1 B^1 + w_2 B^2 + \dots + w_h B^h$$

$$\delta(B) = 1 - \delta_1 B^1 - \delta_2 B^2 - \dots - \delta_r B^r.$$

h رتبة w
r رتبة δ

٨. إيجاد الأوزان v من الأوزان δ و w

Finding v Weight from w and δ Weights

إذا كانت الأوزان w و δ معروفة للأنموذج المقدر في الصيغة النسبية ويحتاج لإيجاد الأوزان v المماثلة، وذلك من خلال إعادة كتابة المعادلة ١٣ (Pankratiz,1991, 162):

$$\delta(B)v(B) = w(B)B^d \quad (14)$$

ومنه سوف تتكون العلاقات الآتية (الزبيدي، ١٩٩٨):

$$v_j = 0, \quad j < b$$

$$v_j = \sum \delta_j v_{j-i} + w_{j-b}, \quad j \geq b$$

وأن:

$$w_{j-b}=0 \quad \text{if} \quad j - b > h$$

٩. الانحدار الحركي (DR) Dynamic Regression

النماذج الحركية هي النماذج التي تأخذ بنظر الاعتبار متغير الزمن في تركيب معادلاتها وبقيمتها في وقت معين أو خلال مدة معينة من الزمن، وأنموذج الانحدار يبين العلاقة الخطية بين سلسلة المخرجات (Y_t) وبين القيم الحالية والماضية لسلسلة المدخلات X_t, X_{t-1}, X_{t-2},.... وتتأثر سلسلة المخرجات بواسطة سلسلة المدخلات أي أنها محصورة بأنموذج ذي اتجاه واحد [Xg Y] ، وبذلك يبين أنموذج الانحدار الحركي كيف أن المخرجات تنتج من المدخلات وحسب (Pankratiz,1991,167):

١. علاقة التخلف الزمني بين المخرجات والمدخلات.

٢. التركيب الزمني لسلسلة الاضطراب.

وبذلك يأخذ نموذج الانحدار الشكل الآتي:

$$Y_t = c + v(B)X_t + N_t$$

إذ إن:

c: الحد الثابت

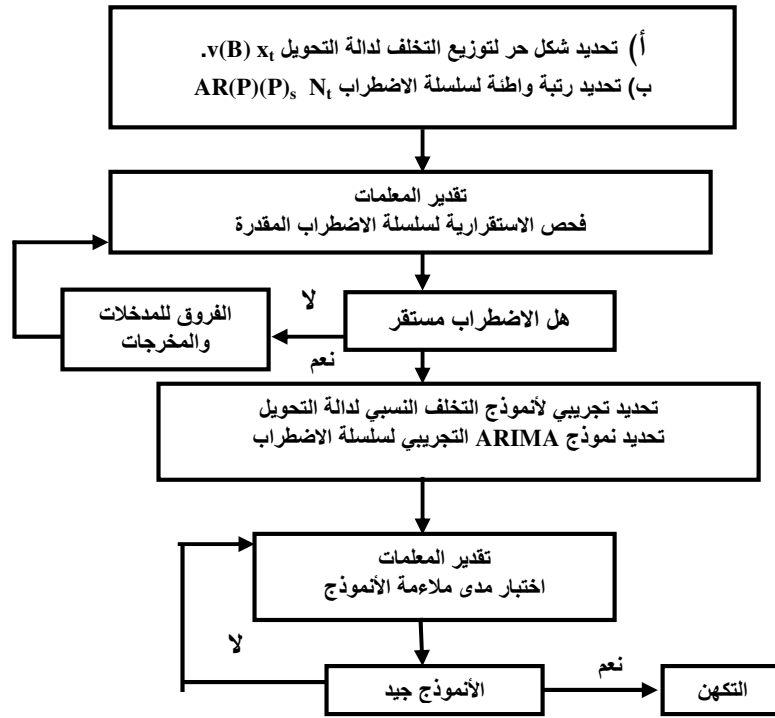
N_t: سلسلة الخطأ العشوائي .

$$v(B) = v_0 + v_1 B + v_2 B^2 + \dots$$

فعلى سبيل المثال إن تأثير حملة دعائية تستغرق بعض الوقت في المبيعات الشهرية ولصياغة أنموذج للمبيعات الشهرية Y_t عن مصاريف الإعلان في الشهر

الحالي والأشهر الماضية (X_t, X_{t-1}, \dots) فإن هناك سلسلة زمنية ناتجة تسمى Y_t ، وهي تتأثر بسلسلة المدخلات X_t ، وهذا النظام هو نظام حركي Dynamic System (الزبيدي، ١٩٩٨).

١٠. بناء نماذج الانحدار الحركي Building Dynamic Regression Model
تم ايجاز مراحل بناء نماذج الانحدار الحركي في المخطط الآتي:
(Pankratiz, 1991, 174):



مخطط مراحل بناء نماذج الانحدار الحركي

الجانب التطبيقي

يتم تطبيق خطوات بناء أنموذج الانحدار الحركي على سلسلة معدلات الأمطار الشهرية لمحطة الموصل مقاسة بالمليتر والمتمثلة بالرمز (Y_t) بوصفها سلسلة مخرجات. وسلسلة معدلات الرطوبة النسبية الشهرية المقابلة لها والمتمثلة بالرمز (X_t) بوصفها سلسلة مدخلات للفترة من ١٩٥٠ ولغاية ٢٠٠١.

١. تشخيص الشكل الحر لتوزيع التخلف لدالة التحويل $v(B)X_t$ ، أو ما يسمى تشخيص دالة التحويل الخطية LTF (Linear Transfer Function).

ولتطبيق طريقة التشخيص (LTF) سلسلة الأمطار وسلسلة الرطوبة النسبية تم أخذ $k=10$ ولتقويض الاضطراب بـ AR فإنه تم أخذ $P=1$ بداية (الموسمية وغير الموسمية) وعليه فالأنموذج يكون:

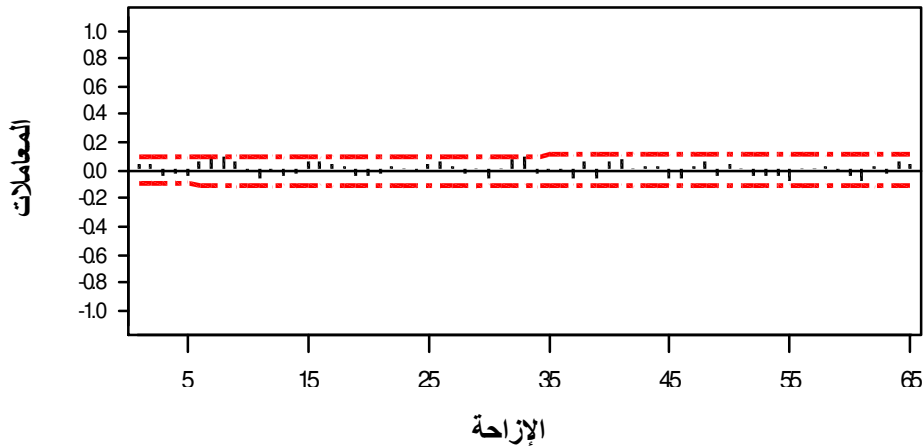
$$Y_t = C + V_0 X_t + V_1 X_{t-1} + \dots + V_{10} X_{t-10} + \frac{1}{(1 - \phi B_1)(1 - \phi_8 B^8)} a_t$$

وان نتائج تقدير هذه المعادلة موضحة في الجدول الآتي:

الجدول ١
نتائج تقدير معادلة دالة التحويل الخطية

k	\hat{v}_k	t	K	$\hat{\phi}$	t
0	2<827	13.73	1	0.438	0.3981
1	-0.797	3.54	2	9.5	8.3
2	0.181	0.80			
3	-0.109	0.49			
4	0.231	1.03			
5	-0.555	2.48			
6	0.132	0.60			
7	-0.265	1.18			
8	-0.299	1.33			
9	-0.061	0.27			
10	0.488	2.17			

تم رسم دالة الارتباط الذاتي والارتباط الذاتي الجزئي للسلسلة N_t كما في الشكل ١ و ٢ على التوالي ووجد أنها غير معنوية لجميع القيم، وأنها ضمن حدود الثقة مما يعني أن سلسلة الاضطراب هي سلسلة مستقرة وبذلك لا تحتاج إلى أخذ الفروق لسلسلة المدخلات أو سلسلة المخرجات.

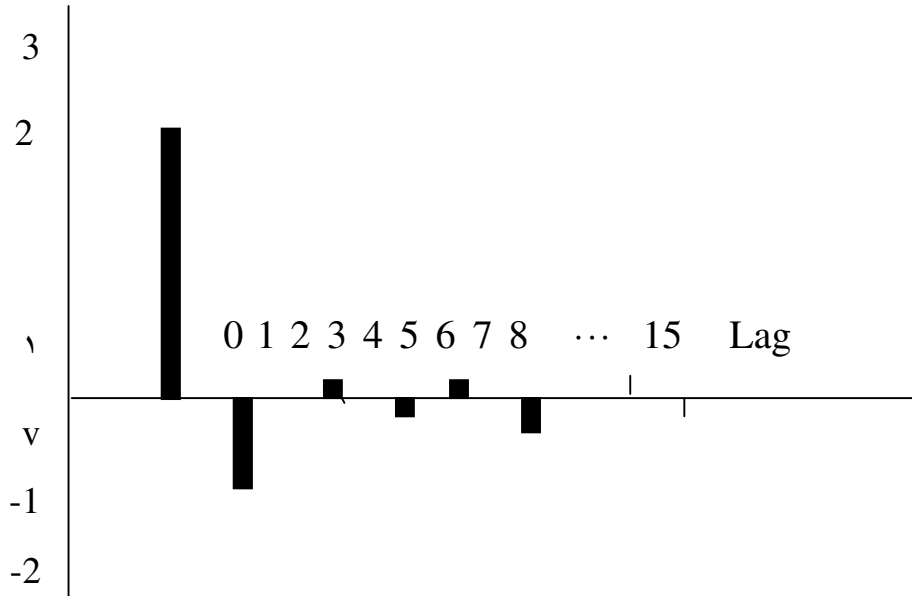


الشكل ١

دالة الارتباط الذاتي لسلسلة الأخطاء لأنموذج LTF

١. تحديد رتبة دالة التحويل النسبية

لتحديد رتبة دالة التحويل النسبية للرتبة (b,r,h) يتم رسم الأوزان التي تم الحصول عليها من تقدير معادلة LTF مع الإزاحة Lag ، وكما موضحة في الشكل الآتي:



الشكل ٣
يمثل الأوزان مع الإزاحة

وبمقارنة الدالة من الشكل ٣ مع بعض الدوال الشائعة نلاحظ أنها من رتبة $(0,0,1)$ ، أي أن $b=0, r=0, h=1$ ، وعند تطبيق القواعد العامة لإيجاد رتبة (b,r,h) نلاحظ انه لا توجد قيم بدائية تساوي صفراً، لذلك فإن الزمن الميت (b) يساوي صفراً. وكذلك لا يوجد أوزان للهبوط، أي أن الأوزان تكون غير محددة بأنموذج، فنكون معنوية في بدء الأوزان، ويتبعها انقطاع إلى الصفر وبذلك فإن $r=0$. ولإيجاد قيمة u وهي عدد الأوزان المعنوية التي لا تساوي صفراً، أي أن قيمة u هنا تساوي ٢ وبذلك فإن رتبة h تكون:

$$\begin{aligned} h &= u + r - 1 \\ &= 2 + 0 - 1 \\ &= 1 \end{aligned}$$

وفضلاً عن تحديد أنموذج الصيغة النسبية للأوزان v لابد من تحديد أنموذج ARIMA لسلسلة الاضطراب أيضاً N_t وجد أن سلسلة الاضطراب هي سلسلة بواق عشوائية أي أن $N_t = a_t$. وبذلك فإن نموذج الانحدار الحركي للصيغة النسبية هو بالشكل:

$$Y_t = (w_0 + w_1 B)X_t + a_t$$

٢. التقدير

إن أنموذج الانحدار الحركي المقدر يكون بالصيغة

$$y_t = -116.4757 + 2.010x_t - 0.484x_{t-1} + a_t$$

$$(-7.3211) \quad (15.26) \quad (-3.6349)$$

٣. التحقق من دقة ملائمة النموذج

أ. الاختبار المتقاطع للبواقي

إن دالة الارتباط المتقاطع بين السلسلة النقية (α_t) وسلسلة البواقي a_t التي تبين لنا فيما إذا كانت السلسلتان (α_t) و (a_t) مترابطتين أم لا. وباستخدام الاختبار الإحصائي (Ljung-Box):

$$S^* = n^2 \sum_{k=0}^K (n-k)^{-1} (r_k^*)^2$$

$$= 39.8$$

وبمقارنة قيمة الاختبار مع القيمة الجدولية بدرجة حرية 28 وبمستوى معنوية 95% التي تساوي (41.3) نلاحظ أن $(S_c^* < S_t^*)$ وبذلك ، تقبل فرضية العدم التي تشير إلى عدم ترابط السلسلة α_t مع السلسلة a_t .

ب. اختبار الارتباط الذاتي للسلسلة a_t

وباستخدام الاختبار الإحصائي الآتي:

إختبار (Ljung-Box):

$$\phi^* = n(n+2) \sum_{k=1}^K (n-k)^{-1} r_k^2 \left(\hat{\alpha} \right)$$

$$= 46.1$$

وبمقارنة قيمة الاختبار مع القيمة الجدولية بدرجة حرية (65) وبمستوى معنوية 95% والتي تساوي (72.3) نلاحظ $\phi_c^* < \phi_t^*$ وبذلك تقبل فرضية العدم التي تشير إلى كون سلسلة البواقي هي سلسلة أخطاء عشوائية غير مترابطة.

٤. التكهن

سيتم الحصول على قيم التكهن لأنموذج الانحدار الحركي من خلال الاعتماد على المعادلة الآتية:

(*) القيم بين الأقواس تمثل قيم t المحسوبة لمعاملات النموذج.

$$y_t = C + w_0 x_t + w_1 x_{t-1} + \alpha_t$$

$$w^*(B) = w_0 + w_1 B$$

وإن

$$\delta^*(B) = 1 - \delta_1$$

$$\Rightarrow \delta_1 = 1$$

وبذلك فإن القيمة التكهنية الأولى تحسب بـ

$$\hat{y}_n(1) = \delta_1 [y_n] + w_0 [x_{n+1}] + w_1 [x_n]$$

حيث إن: $t = n = 408$
اذ أن:

$$\hat{y}_{408}(1) = [y_{408}] + 2.01 [x_{409}] - 0.484 [x_{408}] + [\alpha_{409}]$$

والجدول الآتي يبين القيم المتكهن لأنموذج الانحدار الحركي $Y_t(1)$

الجدول ٢
القيم المتكهن بها

	Month	Forecasting D.RY _t (l)
2000 / 2001	October	8.02
	November	56.09
	December	70.1
	January	50.9
	February	50.8
	March	52.16
	April	48.20
	May	24.54
2001 / 2002	October	5.24
	November	28.09
	December	46.02
	January	45.95
	February	45.7
	March	43.55
	April	51.93
May	5.42	

الاستنتاجات Conclusions

عند بناء نماذج الانحدار الحركي وتشخيص الأنموذج للصيغة النسبية يعتمد على طريقة تشخيص دالة التحويل الخطية، ومن رسم الأوزان مع الإزاحة فإن الأنموذج النسبي يشبه الأنموذج من الرتبة (0,0,1) وتطبيق القواعد العامة لتشخيص الأنموذج النسبي يظهر أنه كان من الرتبة نفسها:

١. عند تحليل سلسلة الخطأ (n_t) لوحظ أن جميع قيم الارتباط الذاتي لها كانت غير معنوية وبذلك فإن سلسلة الخطأ تعد ضوضاء أبيض $N_t=a_t$ وهو حالة خاصة من حالات الانحدار الحركي.
٢. الأنموذج الحركي التام للبيانات يكون بالصيغة:

$$Y_t=C+(w_0+w_1B)X_t+a_t$$

أي أن

$$Y_t=-116.4757+2.010X_t-0.484X_{t-1}+a_t.$$

المراجع

أولاً- المراجع باللغة العربية

١. الزبيدي، عمار كوتي ناصر، "التنبؤ باستهلاك الطاقة الكهربائية لمدينة بغداد"، رسالة ماجستير في الإحصاء، كلية الإدارة والاقتصاد، جامعة بغداد، ١٩٩٨.
٢. السيفو، وليد إسماعيل، "المدخل إلى الاقتصاد القياسي"، مديرية دار الكتب للطباعة والنشر، جامعة الموصل، ١٩٨٨.
٣. الشبخلي، إيفان علاء كاظم، "تصميم نظام رياضي ديناميكي لا خطي باستخدام الشبكات العصبية NARMAX"، رسالة ماجستير في الإحصاء، كلية الإدارة والاقتصاد، جامعة بغداد، ٢٠٠٣.

ثانياً- المراجع باللغة الاجنبية

- 1.Box, G.E.P. and Jenkins., G.M. "Time Series Analysis Forecasting and Control", San Francisco: Holden-Day, 1976.
- 2.Makridakis, S. and Wheelwright, S.C. "Forecasting Methods and Application", John-Wiley and Sons. Inc, 1978.
- 3.Pankratz, A., "Forecasting with Dynamic regression Models", John-Wiley and Sons. Inc, 1991.