



اسم المقال: استخدام نماذج ARch (p) و GARCH (q,p) لتمثيل البيانات اليومية لمرضى الأطفال

اسم الكاتب: هبة لقمان أمين، أ.د. صفاء يونس الصفاوي

رابط ثابت: <https://political-encyclopedia.org/library/3548>

تاريخ الاسترداد: 2025/05/11 06:33 +03

الموسوعة السياسية هي مبادرة أكاديمية غير هادفة للربح، تساعد الباحثين والطلاب على الوصول واستخدام وبناء مجموعات أوسع من المحتوى العلمي العربي في مجال علم السياسة واستخدامها في الأرشيف الرقمي الموثوق به لإغناء المحتوى العربي على الإنترنت.

لمزيد من المعلومات حول الموسوعة السياسية – Encyclopedia Political، يرجى التواصل على

info@political-encyclopedia.org

استخدامكم لأرشيف مكتبة الموسوعة السياسية – Encyclopedia Political يعني موافقتك على شروط وأحكام الاستخدام

المتاحة على الموقع <https://political-encyclopedia.org/terms-of-use>

تم الحصول على هذا المقال من موقع مجلة تنمية الراذدين كلية الإدارة والاقتصاد / جامعة الموصل ورفده في مكتبة الموسوعة السياسية مستوفياً شروط حقوق الملكية الفكرية ومتطلبات رخصة المشاع الإبداعي التي يتضمن المقال تحتها.



تنمية الرافدين

محلق العدد ١١٤ المجلد ٣٥ لسنة ٢٠١٣

استخدام نماذج ARCH(p,q) و GARCH(p,q) لتمثيل البيانات اليومية لمرضى الاطفال

**Using models (P) ARCH and (p,q) GARCH With Daily
Data Application for Children Patients**

الاستاذ الدكتور صفاء يونس الصفاوي

استاذ - قسم الإحصاء والمعلوماتية

كلية علوم الحاسوب والرياضيات

جامعة الموصل

Saffa'a Y. Al-Saffawi (PhD)

Professor

Department of Statistics and Informatics
College of Computer Science and Mathematics
University of Mosul

ssfawee@yahoo.com

هبة لقمان أمين

باحثة - قسم الإحصاء والمعلوماتية

كلية علوم الحاسوب والرياضيات

جامعة الموصل

Heba L. Ameen

Researcher

Iraq_mosal@yahoo.com

تأريخ قبول المقال ٢٠١٣/٤/١

تأريخ استلام البحث ٢٠١٢/١١/٤

المستخلص

إن دراسة السلسلات الزمنية تشمل عدة مواضع من بينها الاستقرارية، وإن نماذج السلسلات الزمنية إما أن تكون مستقرة أو غير مستقرة، لذلك ندرس كيفية معالجة السلسلة الزمنية غير المستقرة، كي تكون السلسلة الزمنية مستقرة إذا كانت في حالة موازنة إحصائية أي إن خصائصها لا تتأثر بالزمن وتكون السلسلة الزمنية غير مستقرة من الدرجة الثانية إذا لم تتضمن وسطاً وتباعنا ثابتين، وتتضمن هذه الرسالة تحليل سلسلة زمنية تمثل الدخول اليومي للمرضى في مستشفى ابن الأثير التعليمي باستخدام نماذج ARIMA(p,d,q) الخطية ونماذج GARCH(p,q) اللاخطية وكيفية معالجة السلسلة الزمنية غير المستقرة لكلا الأنماذجين، مع تأكيد استقرارية تنبؤات التباين المنشروط لنماذج GARCH وبيان اقتراب هذه التنبؤات من التباين غير المنشروط لأنموذج GARCH، وتم اختيار نماذج تمثل هذه السلسلة منها الأنماذج الخطية ARIMA(4,1,3) والأنماذج اللاخطية GARCH(1,1) وباستخدام معايير ضبط الدقة (MSE,MAE,MAPE) لاختيار الأفضل لتمثيل البيانات تم اختيار الأنماذج GARCH(1,1) كأفضل أنماذج .

الكلمات المفتاحية: عدم الاستقرارية، التباين المنشروط، نماذج ARIMA، نماذج GARCH .

Abstract

The study of the time series includes stationary. The time series models may be stationary or non-stationary, so we study how to deal with the non-stationary time series. The time series be stationary if it was in a statistical equilibrium case and this means that its characteristics don't influence by time .While it be non-stationary if it doesn't include a stable mean and unstable variance.

This research includes the analysis of time series representing daily access to patients in Ibn AL-Atheer Teaching Hospital by using the linear ARIMA and non-linear model GARCH (P, q) and how to treat the unstable time series for both types, with emphasizing stability of the conditional variances prediction for GARCH model, and showing to be near to the unconditional variance for GARCH model. And choosing models to present these series including linear model ARIMA (4, 1, 3) and non-linear model GARCH (1,1). by using (MSE, MAE, MAPE) criteria, of accuracy check to choose the best model from the selected models, by choosing GARCH (1, 1) as the best model.

key words: Nonstationary, Conditional Variance, ARIMA Modeling, GARCH Modeling

نماذج السلسلات الزمنية

تقسم على قسمين :

١- النماذج الخطية [Palit & Popovic, 2005, 27]

يتم بناء هذه النماذج باستخدام تحليل الانحدار التي هي عبارة عن مجموعة من الطرائق لدراسة العلاقات بين المتغيرات من أجل التقدير والتنبؤ بقيم متغير واحد باستخدام قيم المتغيرات الأخرى الداخلة في سلسلة زمنية مشتركة.

والمذكرة الخطية الشائعة هي:

١. نموذج الانحدار الذاتي من الرتبة (p)

إن نموذج الانحدار الذاتي من الرتبة (p) ويكتب اختصاراً AR(p)، هو عبارة عن القيمة الحالية للسلسلة الزمنية بالاعتماد على مجموع القيم السابقة وخطا القيمة الحالية، وصيغته الرياضية هي [Cryer & Chan, 2008, 66] :

$$y_t = \phi_1 y_{t-1} + \dots + \phi_p y_{t-p} + \varepsilon_t \quad (1)$$

٢. نموذج الأوساط المتحركة من الرتبة (q)

أنموذج المتوسط المتحرك يستخدم لمذكرة السلسلة الزمنية، وتعتمد هذه العملية على الأخطاء لتمثيل السلسلة، ويمكن التعبير عنه بالصيغة الآتية [Cryer & Chan, 2008, 57] :

$$y_t = \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1} - \dots - \theta_q \varepsilon_{t-q} \quad (2)$$

٣. الأنماذج المختلط للانحدار الذاتي والأوساط المتحركة من الرتبة (p,q)

في بعض التطبيقات أنموذج AR أو أنموذج MA يصبح معقداً والسبب أنه يمكن أن تحتاج إلى أنموذج ذي رتب أعلى مع العديد من المعلمات لوصف الهيكل الديناميكي بشكل كافٍ للبيانات، وللتغلب على هذه الصعوبة قدم أنموذج الانحدار الذاتي-المتوسط المتحرك، وأنموذج ARMA(p,q) يكتب على وفق الصيغة الآتية [Tsay, 2005, 56] :

$$y_t = \sum_{i=1}^p \phi_i y_{t-i} + \varepsilon_t - \sum_{i=1}^q \theta_i \varepsilon_{t-i} \quad (3)$$

٤. الأنماذج المختلط التكاملية ويكتب اختصاراً ARIMA(p,d,q)

يقال للسلسلة $\{y_t\}$ إنها تتبع أنموذج الانحدار الذاتي والأوساط المتحركة المتكامل في حالة أخذ الفرق للسلسلة والذي يعرف بالصيغة الآتية [Cryer & Chan, 2008, 92] :

$$W_t = \nabla^d y_t \quad (4)$$

باستخدام مؤثر الإزاحة الخلفي يعطى الشكل العام لأنموذج كما يأتي:

$$(1 - \phi_1 B - \dots - \phi_p B^p)(1 - B)^d y_t = (1 - \theta_1 B - \dots - \theta_q B^q) \varepsilon_t \quad (5)$$

٢. النماذج اللاخطية (ARCH(p) و GARCH(p,q)) :

١. أنموذج الانحدار الذاتي المشروط بعدم التجانس من الرتبة (p)

[Gileva, 2010, 9]

هو أول أنموذج ارتباط ذاتي مشروط بعدم تجانس تباينات الأخطاء، ويدعى أحياناً (هجينة التباين) حيث التغير في التباين أو التطاير (volatility) خلال الزمن ممكن نمذجتها، لذلك علينا أن نأخذ في الاعتبار حقيقة أن التباين المشروط قد يكون متاثراً إلى حد كبير من قيم مربعات سلسلة الباقي لفترات السابقة $x_{t-1}^2, x_{t-2}^2, \dots, x_{t-p}^2$ ، ومن خلالها يمكن توضيح عدم التجانس (heteroskedasticity) المشروط في بيانات السلسلة وتقديم تفسيراً لاستمرار التذبذبات فيها، ويمكن تعريف الأنماذج على النحو الآتي:

لتكن السلسلة الزمنية $\{x_t\}$ تملك الخواص الآتية [Andersen, Davis & Mikosch, 2009, 18]

$$E(x_t | F_{t-1}) = 0 \quad (6)$$

$$E(x_t^2 | F_{t-1}) = \sigma_t^2 \quad (7)$$

إذ F_{t-1} يمثل قيم σ للمتغيرات العشوائية $x_{t-1}, x_{t-2}, \dots, x_{t-p}$.

و σ_t^2 يمثل التباين المشروط (Conditional Variance) للسلسلة الزمنية $\{x_t\}$

وإن $\{x_t\}$ تمثل سلسلة الباقي (innovation) المقترنة لأنموذج وتأخذ الشكل الآتي:

$$x_t = y_t - u_t(y_t) \quad (8)$$

إذ إن: $\{y_t\}$ متغير عشوائي،

ويمكن أن تحل سلسلة $\{x_t\}$ كما يأتي:

$$x_t = \sigma_t \varepsilon_t \quad (9)$$

تعرف $\{\varepsilon_t\}$ هي سلسلة التشويش الأبيض للسلسلة $\{x_t\}$ لها الخواص الآتية:

$$\varepsilon_t \cong iid N(0, 1)$$

و $\{\sigma_t\}$ تمثل الانحرافات القياسية المشروطة للسلسلة الزمنية $\{x_t\}$.

فإن التباين المشروط يعرف بأنموذج ARCH(p) ويحسب الصيغة الآتية:

$$x_t = \sigma_t \varepsilon_t$$

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 x_{t-1}^2 + \dots + \alpha_p x_{t-p}^2 \quad (10)$$

إذ إن: $\alpha_i \geq 0, i = 1, \dots, p$ و $\alpha_0 > 0$ (معلومات الأنماذج).

عندما $p=1$ يعرف أنموذج ARCH(1) على وفق الصيغة الآتية [عبد الله، ٢٠٠٨، ٨] :

$$x_t = \sigma_t \varepsilon_t$$

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 x_{t-1}^2$$

(11)

ولمعرفة خواص نماذج ARCH(p)، على اعتبار العمليّة ARCH(1) فإن معادلة التباين غير المشروط تعرف كما يأتي [Liu, 2006, Chapter11] :

$$\sigma_x^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \sigma_x^2 = \frac{\alpha_0}{(1-\alpha_1)} \quad (12)$$

شرط أن : $0 \leq \alpha_1 < 1$

فإن صيغة العزم الرابع غير المشروط للسلسلة هو [Liu, 2006, Chapter11] :

$$m_4 = E(x_t^4/F_{t-1}) = \frac{3\alpha_0^2(1+\alpha_1)}{(1-\alpha_1)(1-3\alpha_1^2)} \quad (13)$$

شرط أن : $0 \leq \alpha_1^2 < \frac{1}{3}$

ويمكن الحصول على معامل التقطّح لأنموذج ARCH(1) باستخدام الصيغة الآتية:

$$K = \frac{m_4}{\sigma_x^4} = \frac{3\alpha_0^2(1+\alpha_1)}{(1-\alpha_1)(1-3\alpha_1^2)} \times \frac{(1-\alpha_1)^2}{\alpha_0^2} = 3 \frac{1-\alpha_1^2}{1-3\alpha_1^2} > 3 \quad (14)$$

وباعتبار أن قيمة معامل التقطّح أكبر من (3) سوف يكون ذيل التوزيع (tail distribution) أثقل (Heavier) من التوزيع الطبيعي، وذلك لأن معامل التقطّح للتوزيع الطبيعي يساوي (3).

٢. أنموذج الانحدار الذاتي المعتم مشروط بعدم التجانس من الرتبة (p,q)

GARCH(p,q)

يمكن توسيع أنموذج ARCH بأنموذج آخر أكثر تعقيداً يدعى أنموذج GARCH(p,q) فإنه غالباً ما يتطلب الكثير من المعلومات لتصف بدقة عملية عدم التجانس في السلسلة ويكون هذا الأنموذج من الحد الثابت (α_0)، وقيم مربعات سلسلة الباقي للفترات السابقة، وقيم التباين للفترات السابقة والصيغة الرياضية له [Özkan, 2004, 28] :

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 x_{t-1}^2 + \dots + \alpha_p x_{t-p}^2 + \beta_1 \sigma_{t-1}^2 + \dots + \beta_q \sigma_{t-q}^2 \quad (15)$$

إذ إن : $\alpha_i \geq 0, i = 1, \dots, p$ ، $\beta_j \geq 0, j = 1, \dots, q$ ، $\alpha_0 > 0$

والصيغة الرياضية لأنموذج GARCH(1,1) :

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 x_{t-1}^2 + \beta_1 \sigma_{t-1}^2 \quad (16)$$

فإن صيغة التباين غير المشروط لأنموذج GARCH(1,1) هي [Liu, 2006, Chapter11]

$$E(x_t^2) = \frac{\alpha_0}{1 - (\alpha_1 + \beta_1)} \quad (17)$$

وصيغة التقطيع لأنموذج GARCH(1,1) تعرف بما يأتي [Liu, 2006, Chapter11]

$$K = \frac{m_4}{\sigma_x^4} = \frac{3[1 - (\alpha_1 + \beta_1)^2]}{1 - (\alpha_1 + \beta_1)^2 - 2\alpha_1^2} > 3 \quad (18)$$

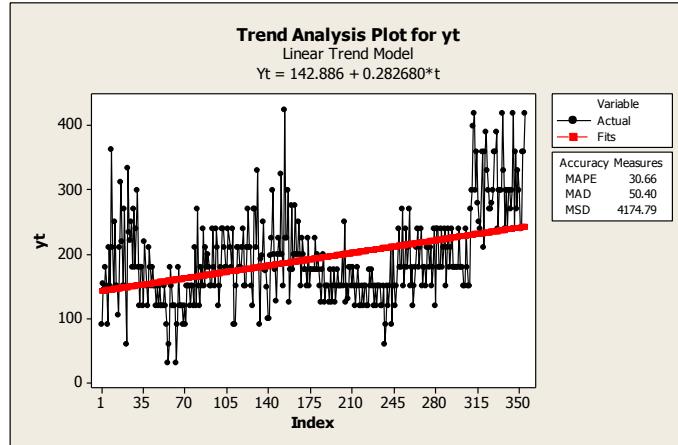
وباعتبار قيمة التقطيع لأنموذج GARCH(1,1) أكبر من (3) سوف يكون ذيل التوزيع أنقل من التوزيع الطبيعي.

مراحل بناء نماذج الخطية (ARIMA)

لإيجاد نماذج مناسبة لسلسلة زمنية وضعت منهجية بناء أنموذج تبناها كل من (Box and Jenkins) تتكون من أربع خطوات رئيسية في العملية كل منها يمكن أن تستخدم عدة مرات هي [Cryer,& Chan,2008,8] :

١. التعرف على الأنماذج
٢. تقدير معلمات الأنماذج
٣. فحص مدى ملاءمة الأنماذج
٤. التنبؤ بالقيم المستقبلية

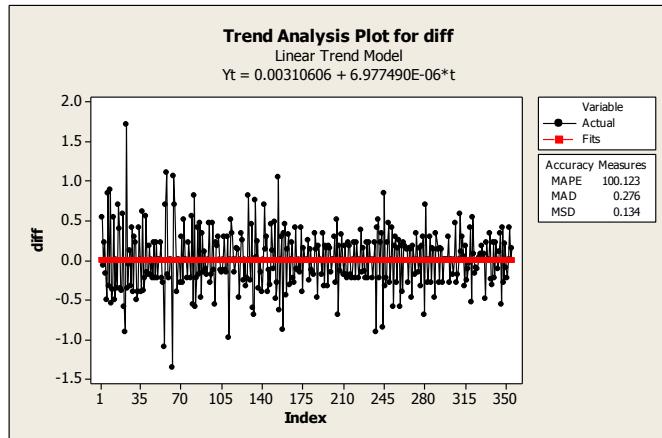
١. التعرف على الأنماذج: يتم عملية التعريف أولاً بفحص السلسلة هل هي مستقرة أم لا بالبيانات والوسط، إذ يمكن من خلال الرسم الاطلاع على طبيعة التذبذب فيها وملاحظة فيما إذا كانت تتضمن اتجاهًا عاماً، وبين الشكل ١ الرسم البياني للسلسلة الأصلية لعدد الدخول اليومي للمرضى في مستشفى ابن الأثير التعليمي.



الشكل ١

السلسلة الزمنية الأصلية للمرضى في مستشفى ابن الأثير التعليمي باستخدام برنامج MINITAB

من الشكل نلاحظ أن السلسلة تتذبذباً تتذبذباً غير منظم، حيث هناك تشتتٌ واضح حول التباين، ولها اتجاه عام، مما يشير إلى أن السلسلة لا تتصف بمستوى ثابت أي أنها غير مستقرة في الوسط، مما يؤدي ذلك إلى ضرورة استخدام التحويلات لجعلها مستقرة وبالتالي، وأخذ الفرق الأول لجعلها مستقرة بالوسط، والهدف من جعل السلسلة مستقرة هو أحد الشروط المهمة لنجدية السلسلة الزمنية بطريقة (Box and Jenkins).



الشكل ٢

السلسلة الزمنية للمرضى بعد التحويل اللوغاريتمي لتنبيه التباين وأخذ الفرق الاول لاستقرارية الوسط باستخدام برنامج MINITAB

نلاحظ من الشكل أعلاه أن تباين المشاهدات ثابت نسبياً مع الزمن، وإن الاتجاه العام قد تمت إزالتها لغرض تثبيت متوسط السلسلة خلال الزمن، وبذلك أصبحت السلسلة الزمنية مستقرة، وهي جاهزة للتعرف على الأنماذج الملائم لها حيث تم اختيار الأنماذج ARIMA(4,1,3) للسلسلة الزمنية المستقرة، وذلك بالاعتماد على متوسط مربع الخطأ MSE وكانت قيمته 0.0783 وهي أقل قيمة مقارنة مع الرتب المختلفة لعدة نماذج التي تم اختيارها لتمثيل السلسلة الزمنية المستقرة.

٢. تقدير معلمات الأنماذج

تم تقدير معلمات الأنماذج ARIMA(4,1,3) لمعرفة مدى معنوية هذه المعلمات المقدرة، ويتم ذلك بطرائق مختلفة منها أن تكون قيمة $P < 0.05$ بمعنى رفض فرضية العدم وتقبل الفرضية البديلة القائلة بأن معلمة الأنماذج تختلف معنويًا عن الصفر، وبالتالي تبقى في الأنماذج.

وهناك طريقة أخرى لمعرفة مدى معنوية هذه المعلمات المقدرة مقارنة قيمة t المحسوبة في الجدول (١) مع قيمة $t_{(355,0.025)} = 1.960$ إذا كانت قيمة $|t| > t$ ترفض فرضية العدم وتقبل البديلة بمعنى المعلمة معنوية وتبقى في الأنماذج والعكس صحيح.

من خلال اختبارات عن معنوية المعلمات المقدرة للأنماذج المذكورة أعلاه نلاحظ قيمة (p) للمعلمة $AR(3)$ أكبر من (0.05) ، وقيمة (t) المحسوبة لها أقل من الجدولية (t) ، لذا يجب حذفها من الأنماذج، أما بقية المعلمات معنوية فتبقى في الأنماذج وبفحص قيمة الثابت لوحظ أيضاً غير معنوي، كما موضح في الجدول ١.

الجدول ١

تقدير معلمات الأنماذج ARIMA(4,1,3) باستخدام برنامج MINITAB

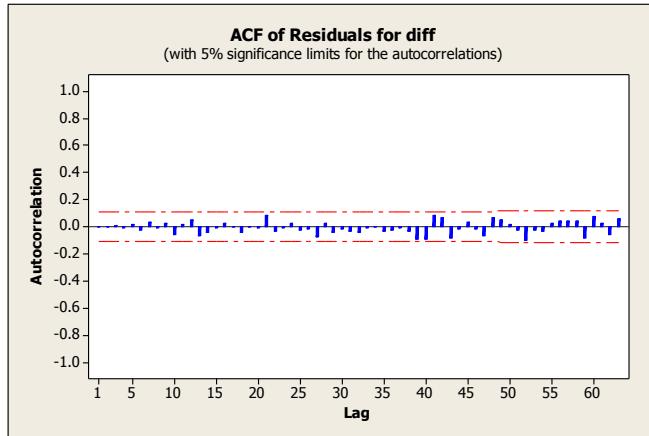
Type	Coef.	SE Coef.	T	P
AR(1)	0.4845	0.1319	3.67	0.000
AR(2)	-0.6430	0.1396	-4.61	0.000
AR(3)	0.0400	0.0640	0.63	0.532
AR(4)	-0.3543	0.0586	-6.05	0.000
MA(1)	1.2465	0.1379	9.04	0.000
MA(2)	-0.8570	0.2156	-3.97	0.000
MA(3)	0.2988	0.1297	2.30	0.022
Constant	0.003761	0.004636	0.81	0.418

وعلى هذا الأساس تكتب الصيغة الرياضية للأنماذج ARIMA(4,1,3) كما يأتي :

$$y_t = 0.4845 - 0.6430 y_{t-1} - 0.3543 y_{t-2} - 1.2465 y_{t-3} + 0.8570 \varepsilon_t - 0.2988 \varepsilon_{t-1} + \varepsilon_{t-2} \quad (19)$$

٣. فحص مدى ملاءمة الأنماذج

لفحص مدى ملاءمة الأنماذج ARIMA(4,1,3) لسلسلة المشاهدات يتم بفحص دالة الارتباط الذاتي لبواقي الأنماذج من خلال الرسم، وذلك لمعرفة معاملات الارتباط تقع ضمن حدود الثقة أم لا ليؤكد إن الأنماذج الذي تم اختياره هو الأنماذج الملائم لمشاهدات السلسلة الزمنية.



الشكل ٣

يمثل الارتباطات الذاتية لسلسلة بوافي الأنماذج ARIMA(4,1,3) باستخدام برنامج MINITAB

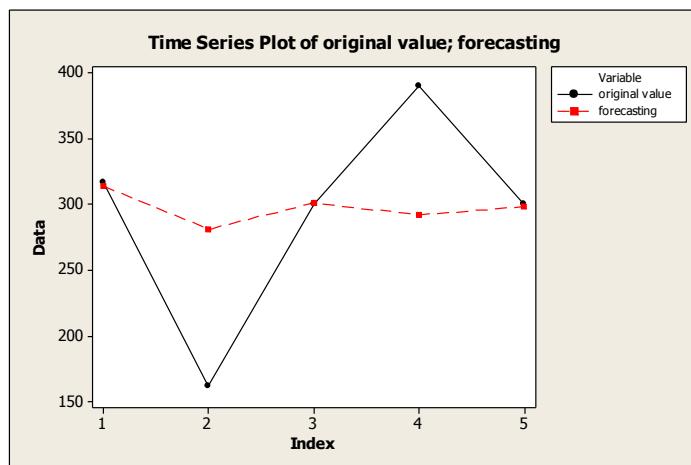
يلاحظ من الشكل ٣ الذي يمثل سلسلة بوافي لأنماذج ARIMA(4,1,3) تقع جميعها ضمن حدود الثقة، مما يشير إلى ملاءمة الأنماذج للبيانات المدروسة .
٤. التنبؤ بالقيم المستقبلية

بعد إيجاد الأنماذج الملائم تم استخدامه للتنبؤ بقيم خمسة أيام ومقارنتها مع القيم الحقيقية للسلسلة الزمنية التي تم سحبها من السلسلة الأصلية قبل إجراء نمذجة السلسلة الزمنية والتي تم توضيحها في كل من الجدول ٢ والشكل ٤ ، حيث يمثل كل من القيم الأصلية والقيم المتتبأ بها على التوالي .

الجدول ٢

القيم الأصلية المستقرة وقيم التنبؤ لأنماذج ARIMA(4,1,3) باستخدام برنامج MINITAB

Period	Original value	Forecasting value
356	٣١٧	٣١٤,٣١٣
357	١٦٢	٢٨١,٠٢٧
358	٣٠٠	٣٠١,٥٦٨
359	٣٩٠	٢٩٢,٢٢٩
360	٣٠٠	٢٩٨,١٧١



الشكل ٤

مقارنة بين قيم التنبؤ لأنموذج ARIMA(4,1,3)
مع القيم الحقيقية باستخدام برنامج MINITAB

مراحل بناء نماذج اللاخطية (ARCH&GARCH)

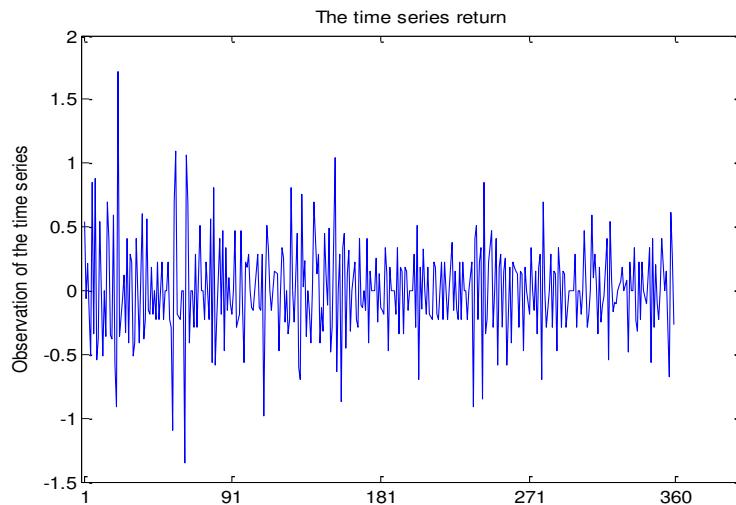
خطوات بناء نماذج (ARCH & GARCH) هي [١٦، ٢٠٠٨] هي :

١. التشخيص
٢. اختبار وجود تأثير نماذج (ARCH&GARCH)
٣. التقدير
٤. فحص مدى ملاءمة الأنماذج
٥. التنبؤ المستقبلي

١. **التشخيص:** بعد رسم السلسلة الأصلية كما في الشكل (1) جعلناها مستقرة بالوسط والتي يطلق عليها بسلسلة العودة (Return series) وذلك باستخدام المعادلة الآتية [Heij, Boer, : Franses, Kloek & van Dijk, 2004, 297]

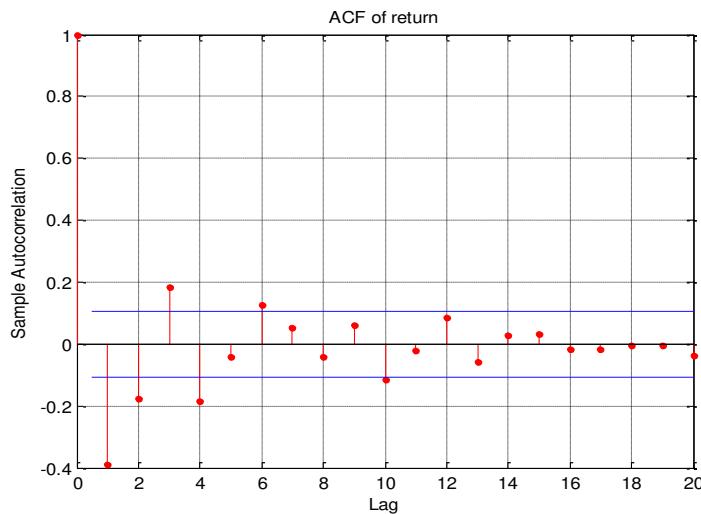
$$x_t = \log(y_t) - \log(y_{t-1}) = \log\left(1 + \frac{y_t - y_{t-1}}{y_{t-1}}\right) \cong \frac{(y_t - y_{t-1})}{y_{t-1}} \quad (20)$$

والشكل ٥ يوضح أنها مستقرة بالوسط كما يأتي:



الشكل ٥
سلسلة العودة باستخدام برنامج MATLAB

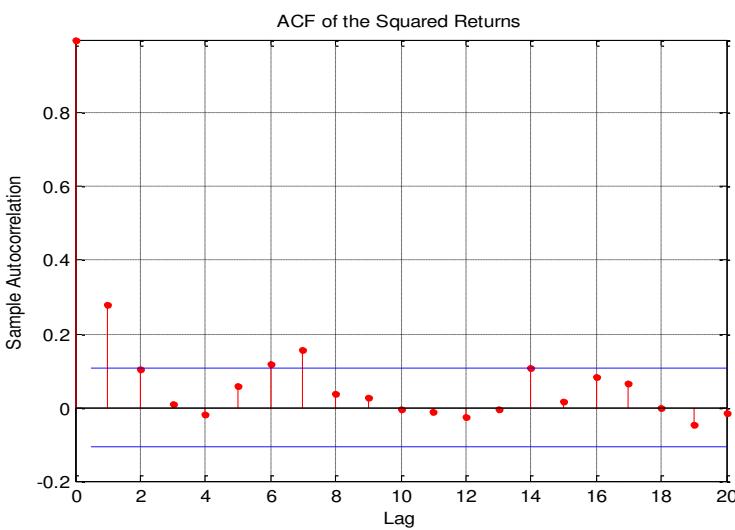
٢. اختبار وجود تأثير نماذج (ARCH&GARCH)
اختبار وجود تأثير عدم التجانس تتم من خلال رسم معاملات دالة الارتباط الذاتي
لسلسلة العودة لعدد من الفروق الزمنية (Lag(1) to Lag(20)) كما موضح في الشكل الآتي:



الشكل ٦
لسلسلة العودة باستخدام برنامج ACF

استخدام ماذج GARCH(p,q) لتميل البيانات اليومية ... [١٦٦]

إذ يلاحظ من الشكل ٦ أن معظم معاملات دالة الارتباط الذاتي لسلسلة العودة لاتقع معظمها ضمن الحدود الصفرية بمعنى إن قيمها ليست قريبة من الصفر، مما يدل على وجود ارتباط في هذه السلسلة، وهي تعاني من تأثير عدم التجانس في تباينات الأخطاء. وتم ايضاً رسم معاملات دالة الارتباط الذاتي لمربع سلسلة العودة كما في الشكل الآتي:



الشكل ٧
ACF لمربع سلسلة العودة باستخدام برنامج MATLAB

كما يبين الشكل أعلاه إن معظم معاملات دالة الارتباط الذاتي لمربع سلسلة العودة لاتقع معظمها ضمن الحدود الصفرية دلالة أيضاً على أن هذه السلسلة تعاني من تأثير عدم التجانس، وهذا هو المطلوب لملاءمة معادلة التباين.

٣. **التقدير:** وبعد مطابقة الأنماذج المناسب لسلسلة البيانات باستخدام برنامج MATLAB (MATLAB) وكانت النتيجة هو الأنماذج $GARCH(1,1)$ وتم تقدير معلمات الأنماذج الشخص كما في الجدول ٣ .

الجدول ٣
القيم التقديرية لمعلمات الأنماذج $GARCH(1,1)$ باستخدام برنامج MATLAB

Parameter	Value	Standard Error	T Statistic
$C = u$	-0.00012039	0.016053	-0.0075
$K = \alpha_0$	0.02867	0.0067056	4.2756
$GARCH(1) = \beta_1$	0.55536	0.055883	9.9379
$ARCH(1) = \alpha_1$	0.23911	0.063702	3.7537

وفي أدناه صيغة الأنماذج $GARCH(1,1)$ التي تمثل:

١. معادلة المتوسط :

$$y_t = -0.00012039 + x_t \quad (21)$$

٢. معادلة التباين :

$$\sigma_t^2 = 0.02867 + 0.23911 x_{t-1}^2 + 0.55536 \sigma_{t-1}^2 \quad (22)$$

ويمكن اختبار شرط الاستقرارية للأنموذج GARCH(1,1) باستخدام الصيغة الآتية:

$$\alpha_1 + \beta_1 < 1$$

$$0.23911 + 0.55536 = 0.79447 < 1 \quad (23)$$

وكانت النتيجة هي أقل من واحد مما يشير بأنه الأنموذج الملائم، وهذا يؤدي للاستنتاج إلى استقرارية تنبؤات التباين المشروط للأنموذج مع بيان اقتراب هذه التنبؤات من التباين غير المشروط للأنموذج والتي ستوضح لاحقاً في مرحلة التنبؤ.

وثم قمنا كذلك بحساب معامل التقطيع للأنموذج GARCH(1,1) للتأكد بأنه الأنموذج الملائم من المعادلة (18) والتي تساوي قيمته: (4.3481)

وهي أكبر من (٣) بمعنى منحني التوزيع لمشاهدات السلسلة مدبوب أكثر من منحني التوزيع الطبيعي، وهذا يدل على ملاءمة الأنموذج للبيانات.

٤. فحص مدى ملاءمة الأنموذج: تضمنت هذه المرحلة اختبار فحص مدى ملاءمة الأنموذج GARCH(1,1) الذي تم تقديره للبيانات المدروسة بواسطة فحص سلسلة الباقي القياسية { $\tilde{\epsilon}_t$ } التي تعرف بالصيغة الرياضية الآتية [عبد الله، ٢٠٠٨، ٢٨]:

$$\tilde{\epsilon}_t = \frac{\hat{x}_t}{\hat{\sigma}_t} \quad (24)$$

وذلك فحص سلسلة الباقي القياسية المربعة لـ { $\tilde{\epsilon}_t$ }

إذ إن :

\hat{x}_t : تمثل سلسلة الباقي المقدرة من معادلة المتوسط ، $\hat{\sigma}_t$: تمثل سلسلة الانحرافات القياسية المشروطة ويتم حسابها من الجذر التربيعي لمعادلة التباين .

وتتم عملية الفحص باستخدام اختبار Ljung-Box (Ljung-Box) على سلسلة الباقي القياسية لفحص مدى ملاءمة معادلة التباين الخاصة بالأنموذج، وتم تنفيذ هذا الاختبار على التخلفات (Lag(1) to Lag(5)) كما موضح في الجدول ٤ لاختبار سلسلة الباقي القياسية والجدول ٥ لاختبار سلسلة الباقي القياسية المربعة .

إن اختبار Ljung-Box أو يدعى اختبار portmanteau Q statistics () اقترحه الباحثان Ljung-Box () في عام (1978) عن طريق حساب معاملات الارتباط الذاتي للباقي، ويختبر تحت الفرضية [عبد الله، ٢٠٠٨، ١٦] :

$$H_0 : \rho_1 = \rho_2 = \dots = \rho_m = 0 \quad , \quad \forall k = 1, 2, \dots, m$$

$$H_1 : \rho_1 \neq \rho_2 \neq \dots \neq \rho_k \neq \rho_m \neq 0$$

وإحصاءة (portmanteau Q) تحسب بالصيغة التالية :

$$Q_{(m)} = n(n+2) \sum_{k=1}^m \frac{\hat{\rho}_k^2}{n-k} \cong \chi^2_{(m-p)} \quad (25)$$

إذ إن : n : تمثل حجم العينة، m : يمثل عدد الفروق الزمنية للارتباط الذاتي، p : عدد المعلمات في الأنماذج، $\hat{\rho}_k^2$: تمثل مقدرات معاملات الارتباط الذاتي لسلسلة البوافي x_t ومن ثم لسلسلة x_t^2 .

الجدول ٤

اختبار (Ljung-Box) على سلسلة البوافي القياسية للأنمودج GARCH(1,1) للفروق الزمنية MATLAB (Lag(1) to Lag(5)) باستخدام برنامج

Lags	H	P Value	Stat	Critical Value
1	١	0	٤٩,٧٧١	٣,٨٤٢
2	١	0	٥٨,٢٣٤	٥,٩٩٢
3	١	0	٦٧,٠٧١	٧,٨١٥
4	١	0	٧٧,٤٩١	٩,٤٨٨
5	١	0	٧٨,٣٥٣	١١,٠٧١

فكان نتائج الجدول ٤ تدل على رفض فرضية عدم التي تنص بأن معادلة المتوسط ملائمة وقبول الفرضية البديلة التي تعني وجود الارتباط في السلسلة، وبعبارة أخرى أن معادلة المتوسط التي تم اختيارها غير ملائمة.

الجدول ٥

اختبار (Ljung-Box) على مربع سلسلة البوافي القياسية للأنمودج GARCH(1,1) للفروق الزمنية MATLAB (Lag(1) to Lag(5)) باستخدام برنامج

Lags	H	P Value	Stat	Critical Value
1	٠	٠,٤٦١	٠,٥٤٣	٣,٨٤٢
2	٠	٠,٧٣٥	٠,٦١٦	٥,٩٩٢
3	٠	٠,٦١٣	١,٨١١	٧,٨١٥
4	٠	٠,٥٢٤	٣,٢٠٧	٩,٤٨٨
5	٠	٠,٥٨٤	٣,٧٦٢	١١,٠٧١

تبين أن نتائج الاختبار في الجدول ٥ قبول فرضية عدم التي تنص على أن معادلة التباين التي تم اختيارها هي ملائمة، وهذا هو المطلوب لإثبات وجود عدم التجانس في التباين .

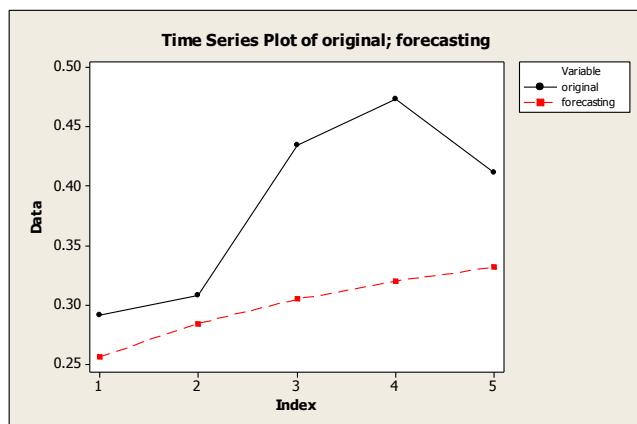
٥. التنبؤ: الهدف الأخير من تحليل السلسلة الزمنية باستخدام نماذج GARCH هو التنبؤ مع تحقق استقرارية التباين المشروط للأنمودج للوصول إلى أفضل النتائج الممكنة في

تحليل السلسلة الزمنية، ويتم ذلك أولاً استخدام الأنماذج الملائم لتمثيل البيانات من خلال التنبؤ بقيم الانحراف القياسي المشروط لخمسة أيام التي تم إيجادها من معادلة التباين بعد مطابقة الأنماذج، وثم مقارنة قيم المعادلة مع القيم الحقيقة للانحرافات القياسية المشروطة لسلسلة العودة وقيم المتوسطات التي تم تمثيلها من معادلة المتوسط التي هي قيم ثابتة للسلسلة الزمنية، والجدول ٦ والشكل ٨ على التوالي يمثل كل من القيم الحقيقة للانحرافات وقيم التنبؤ (الانحرافات والمتوسطات) :

الجدول ٦

يمثل مقارنة قيم التنبؤ مع القيم الحقيقة للانحرافات القياسية باستخدام برنامج MATLAB

period	Original conditional standard deviations value	Forecasting value	
		(conditional standard deviations Forecast)	(Mean Forecast)
٣٥٥	0.2915	٠,٢٥٦١	-0.0001
٣٥٦	0.3079	٠,٢٨٤٢	-0.0001
٣٥٧	0.4348	٠,٣٠٤٧	-0.0001
٣٥٨	0.4738	٠,٣٢٠٠	-0.0001
٣٥٩	0.4121	٠,٣٣١٧	-0.0001



الشكل ٨

يتمثل مقارنة بين قيم الحقيقة وقيم التنبؤ باستخدام برنامج MINITAB

وبعدها تم الحصول على قيمة الانحراف القياسي غير المشروط من الجذر التربيعي للمعادلة (١٧) والذي تساوي قيمته (0.3735) ومقارنتها مع الانحراف القياسي المشروط والذي تم الحصول عليها من معادلة التباين لأنماذج GARCH(1,1) وكانت النتائج كما في الجدول التالي:

الجدول ٧

قيم التنبؤ للانحرافات القياسية المشروطة المستقبلية ومقارنتها مع قيمة الانحراف غير المشروط لخمسة أيام قادمة

period	Unconditional Standard value	Conditional Standard Deviation value
٣٦٠	0.3735	٠,٣٧٣٤
٣٦١		٠,٣٧٣٤
٣٦٢		٠,٣٧٣٤
٣٦٣		٠,٣٧٣٤
٣٦٤		٠,٣٧٣٥

المصدر: من اعداد الباحثين.

من الجدول أعلاه بعد تحقيق استقرارية الأنماذج GARCH(1,1) تبين أن قيم التنبؤ للانحرافات القياسية المشروطة سوف تكون قريبة جداً من قيمة الانحراف القياسي غير المشروط، وهذا دليل على أن السلسلة تمت معالجتها وإزالة منها تأثير عدم التجانس في التباين .

مقارنة بين الطرائق المستخدمة لتمثيل البيانات

تم استخدام معايير ضبط دقة التنبؤ (MSE,MAE,MAPE) لاختيار أفضل طريقة في تمثيل البيانات كما موضحة في الجدول ٨.

الجدول ٨

مقارنة بين النماذج المستخدمة لتمثيل البيانات

ت	اسم الطريقة	MSE	MAE	MAPE
1	أنموذج ARIMA(4,1,3)	4755.8	44.6	409
2	أنموذج GARCH(1,1)	2.67410	٠,٠٨٤٧	20.3468

المصدر: من اعداد الباحثين.

يوضح الجدول ٨ إن أنموذج GARCH(1,1) سجل أقل قيم لجميع المعايير مما يشير إلى أنه الأنماذج الأفضل في تمثيل البيانات.

الاستنتاجات

١. في حالة نماذج GARCH أثبتت الاختبارات التي طبقت على بيانات السلسلة المقترنة للأنماذج أو مربعاتها أن السلسلة تعاني من تأثير عدم التجانس في تباينات الأخطاء (Heteroscedasticity) خلال فترتها الزمنية.
٢. بعد إيجاد الأنماذج الملائم في حالة نماذج GARCH اللاخطية والتحقق من استقراريته تم استخدامه لتمثيل البيانات والتنبؤ من خلاله لقيم التباينات المشروطة، لوحظ اقتراب هذه التنبؤات من قيمة التباين غير المشروط، مما يشير إلى أن السلسلة أصبح سلوكها خطياً في حالة تحقيق استقرارية نماذج GARCH .

٣. تم التأكيد من الأنماذج GARCH(1,1) بأنه الأنماذج الملائم للبيانات بحسب معامل التفاضح لأنماذج، وأظهرت قيمة التفاضح الناتجة مطابقة للاختبار أكبر من ٣، وهذا يعني إن ذيل التوزيع أقل من التوزيع الطبيعي .

المصادر

أولاً- المصادر باللغة العربية

١. عبد الله، سهيل نجم، ٢٠٠٨، "تحليل نماذج (GARCH&ARCH) للرتب الدنيا باستخدام المحاكاة مع تطبيق عملي "، أطروحة دكتوراه ،كلية الإداره والاقتصاد، جامعة بغداد.

ثانياً- المصادر باللغة الأجنبية

1. Andersen, T.G., Davis, R.A.,Kreiß, J.P. & Mikosch, T., 2009,"Hand book of Financial Time Series" , Springer-Verlag Berlin Heidelberg .
2. Cryer, J.D. & Chan , K.S. , (2008), "Time Series Analysis With Applications in R", Springer Science+Business Media, LLC, 233 Spring Street, New York , NY 10013, USA .
3. Gileva,T.,2010," Econometrics of Crude Oil Markets", A thesis submitted for the degree of Master in Economics, Universite Paris 1 Pantheon-Sorbonne .
4. Heij,C. , Boer , P.D. , Franses, P.H., Kloek ,T. & van Dijk, H.K., 2004 , " Econometric Methods with Applications in Business and Economics ", Published in the United States by Oxford University Press Inc. , New York .
5. Liu , L.M. , 2006 , " Time series analysis and forecasting", printed in the United States of America ISBN 0-9765056-6-5 .
6. Özkan,P.2004," Analysis Of Stochastic And non-Stochastic Volatility Models",A Thesis Submitted to the Graduate School of Natural and Applied Sciences of Middle East Technical University .
7. Palit, A.K. & Popovic, D., 2005, "Computational Intelligence in Time Series Forecasting Theory and Engineering Applications", Springer-Verlag London Limited .
8. Tsay , R.S. , 2005, " Analysis of Financial Time Series ", John Wiley & Sons , Inc. , Hoboken , New Jersey , Published, simultaneously in Canada .