



مجلة جامعة تشرين - سلسلة العلوم الاقتصادية والقانونية

اسم المقال: مقدمة حول التحليل الإحصائي للبيانات بطريقة المكونات الأساسية ACP والتحليل العاملي التبادلي AFC ملامح منهجية وطرائقية

اسم الكاتب: د. محمود طيوب

رابط ثابت: <https://political-encyclopedia.org/library/3884>

تاريخ الاسترداد: 2026/04/17 16:42 +03

الموسوعة السياسية هي مبادرة أكاديمية غير هادفة للربح، تساعد الباحثين والطلاب على الوصول واستخدام وبناء مجموعات أوسع من المحتوى العلمي العربي في مجال علم السياسة واستخدامها في الأرشيف الرقمي الموثوق به لإغناء المحتوى العربي على الإنترنت. لمزيد من المعلومات حول الموسوعة السياسية - Encyclopedia Political، يرجى التواصل على

info@political-encyclopedia.org

استخدامكم لأرشيف مكتبة الموسوعة السياسية - Encyclopedia Political يعني موافقتك على شروط وأحكام الاستخدام المتاحة على الموقع <https://political-encyclopedia.org/terms-of-use>

تم الحصول على هذا المقال من موقع مجلة جامعة تشرين - سلسلة العلوم الاقتصادية والقانونية - ورفده في مكتبة الموسوعة السياسية مستوفياً شروط حقوق الملكية الفكرية ومتطلبات رخصة المشاع الإبداعي التي ينضوي المقال تحتها.



مقدمة حول التحليل الإحصائي للبيانات بطريقة المكونات الأساسية ACP والتحليل العالمي التبادلي AFC ملامح منهجية وطرائقية

الدكتور محمود طيوب*

(قبل للنشر في 1996/8/3)

□ ملخص □

يهدف هذا البحث إلى توضيح الأسس والمبادئ التي تستند إليها طريقة التحليل الإحصائي متعدد المتغيرات، لاسيما طريقة المكونات الأساسية ACP، والتحليل العالمي التبادلي AFC، وشروط تطبيق كل منهما والفروقات بينهما. وتشكل الطريقتان في وقتنا الحاضر الأسلوب الإحصائي الأكثر انتشاراً، ولاسيما بعد ما يسمى بثورة الانفورماتيك، وتوسيع استخدام الحواسيب ذوات الاستطاعات العالية. وتنتمي الطريقتان إلى الإحصاء الوصفي، وتهدفان إلى عرض وتمثيل المشاهدات المرتبطة بعضها ببعضها الآخر، بواسطة عدة متغيرات، في فضاء محدود الاتجاهات بدلاً من عرضها في فضاء متعدد الاتجاهات، شريطة ألا يؤدي ذلك إلى فقدان بعض المعلومات، أي المحافظة قدر المستطاع على البنى الهيكلية الموجودة بين بيانات الجدول الإحصائي المدروس، إضافة لتوضيح كيفية الحسابات من خلال المثالين التطبيقيين.

* مدرس في قسم الإحصاء - كلية الاقتصاد - جامعة تشرين - اللاذقية - سورية.

Introduction à l'analyse statistique des données par les méthodes ACP-AFC aspects statistiques et méthodologiques

Dr. M. TAYOUB*

(Accepté le 3/8/1996)

□ RÉSUMÉ □

L'analyse en composantes Principales (ACP) et l'Analyse Factorielle des correspondances (AFC) apportent une solution intéressante aux problèmes Posés. Toutes deux relèvent de la statistique descriptive. Elles ont pour but de représenter un ensemble d'observations d'un certain nombre de variables appartenant à un espace de dimension élevée dans un espace de dimension plus faible avec minimum de Perte d'informations c.à.d. de telle sorte que les distances entre les unités statistiques ou entre les variables soient le mieux possible sauvegardées.

* Enseignant au Département de Statistique, Faculté d'Economie, Université de Tichrine, Lattaquié, Syrie.

1- مقدمة Introduction:

تعتبر طرق التحليل الإحصائي "متعدد المتغيرات" المتعلقة بالبيانات الإحصائية مجموعة من التقنيات الحديثة، التي تسمح بوصف، واختصار، وتسبويب وتصنيف المشاهدات التي تتصف بعدة متغيرات، وتسمح كذلك بوصف وتوضيح البنى الهيكلية لهذه البيانات (أو العلاقات الموجودة بين هذه البيانات). رياضياً، تستند هذه التقنيات إلى الطرق الجبرية، وهي من حيث المبدأ لا تتطلب مقارنة بالطرق الكلاسيكية أي موديل احتمالي، وتعتبر طرق تحليل البيانات وصفاً للاستدلال الإحصائي، الذي يسمح بحسب (Benzecri, et al. 1973) افتراضات أو موديل إحصائي قابل للتحقق أدرج (Pielou, 1975) هذه التقنيات الإحصائية كأساس لكثير من الدراسات البيئية التي تركز في البحث على أجوبة للمشكلات المطروحة دون أي تصور سابق.

تاريخياً: استخدمت تقنيات التحليل

"متعدد المتغيرات" في بداية القرن العشرين (Spearman, 1904; Pearson, 1901) وفي نهاية الثلاثينات وضعت معظم الأسس النظرية الرياضية (Bartlett, 1933; Hotelling, 1936; Anderson, 1958) . إلا أن ضعف مقدرة الحاسبات الإلكترونية، وعدم كفايتها أحر استخدام هذه التقنيات حتى بداية عقد الخمسينات،

ولاسيما (Rao, 1952) إن تصميم التقنيات الإلكترونية المتطورة وانتشار بنوك المعطيات، سمحا للباحثين بتطوير طرق ومنهجية معالجة بياناتهم بصورة أكثر دقة وشمولية، ولاسيما استخدام طرق التحليل العاملي *Analyse factorielle* بواسطة Benzecri بداية عقد الستينات من هذا القرن طريقة التحليل العاملي التقابلي *AFC Analyse Factorielles des Correspondences* (Benzecri, 1980).

2- الهدف من البحث L'objectif:

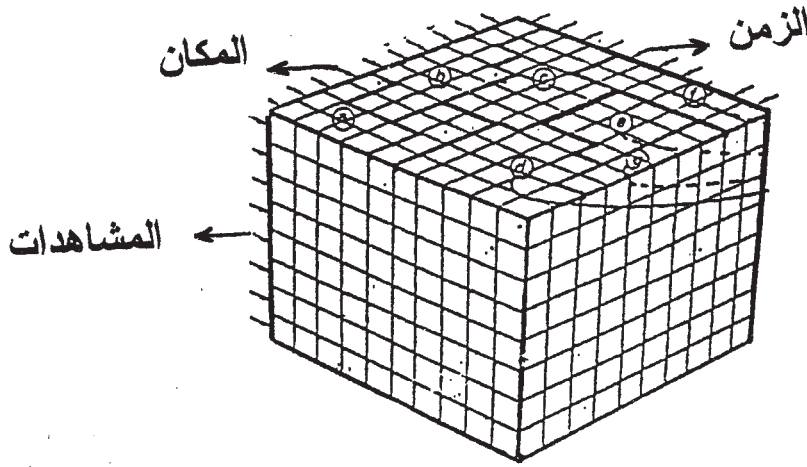
انطلاقاً من أهمية هذه التقنيات في معالجة البيانات الإحصائية، رأينا ضرورة إعداد هذه الدراسة، بهدف إبراز خصائص، وميزات، واستخدام، وشروط تطبيق، هذه التقنيات، إضافة لذلك، طرق حسابها، ولاسيما طريقة التحليل العاملي التقابلي *AFC*، وطريقة المكونات الأساسية *ACP*، والفروق فيهما، ومجالات تطبيقاتهما.

3- الجداول الإحصائية Tableaux Statistiques:

إن جدول تحليل البيانات عبارة عن مصفوفة أبعادها $n \times m$ ، تحدد مجموعة الأفراد والمشاهدات -الأفراد- والتغيرات المدروسة. تعتبر مرحلة إعداد الجدول الإحصائي، استعداداً للتحليل، من المراحل الأساسية، وتعكس بدقة طبيعة الظواهر

(Jambus, 1973) أن الجدول الإحصائي متعلق بعدة عوامل أهمها: الهدف، وطبيعة البيانات، والتقنيات الإحصائية المستخدمة... الخ انظر الشكل (1):

المدرسة، وانسجامها مع مسألة البحث. ويتطلب إعداد الجدول هنا أسلوباً يتلاءم مع تقنيات التحليل الإحصائي، فمثلاً يتطلب التحليل بطريقة ACP جدولاً خالياً من القيم المعدومة (صفر)، ضمن هذا المفهوم، يرى



الشكل (1) يبين جدول بيانات إحصائية ثلاثي الأبعاد

عدة مقارنات بين الظواهر التي تقسم إلى حالتين (غائب / موجود؛ نعم أو لا... الخ)، وذلك بحساب معاملات الاقتران فيما بينها. ثانياً: دراسة معاملات التباعد Distance ويرمز لها بـ Q: تمثل ظاهرة معاكسة للحالة الأولى، فقيمتها العظمى تساوي الواحد الصحيح عندما تكون الظاهرتان مختلفتين اختلافاً كلياً، وقيمتها الدنيا تساوي الصفر عندما تكون الظاهرتان متشابهتين تشابهاً كلياً، يسمح هذا النموذج بإجراء مقارنات بين محطات توصف بوجود عدة أفراد من ظواهر معينة خلال فترة زمنية

تسمح الجداول الإحصائية عموماً، ولاسيما المستخدمة في الدراسات البيئية والظواهر الطبيعية الأخرى متعددة المتغيرات، بتحليل البيانات وفق عدة محاور زمانية ومكانية. لقد اعتبر (Legendre & Legendre, 1984) بشكل أساسي أن هذه المحاور مرتبطة بالمتغيرات: الزمن × النوع × المكان.

هذا، ويمكن تحليل البيانات البيئية وفق عدة نماذج منها: أولاً: دراسة معاملات التشابه Similarité، ويرمز لها بـ P: يسمح هذا النموذج بإجراء

وتوضيح طبيعة هذه العلاقات والعوامل المؤثرة فيها (Escofier et Pages, 1988).

انطلاقاً من أهمية هذه التقنيات ولاسيما بعد شيوع استخدام الحواسيب، لا بد من إلقاء الضوء على هذه التقنيات، خصوصاً، طريقة التحليل العائلي التقابلي AFC، وطريقة المكونات الأساسية ACP. 1- التحليل بطريقة المكونات الأساسية ACP:

لإعطاء فكرة عن آلية الحساب والتحليل، بالمثال التالي:

- ليكن لدينا الجدول (1) مؤلفاً من ثلاثة متغيرات \times ستة مشاهدات:

جدول (1): جدول بيانات 3×6 (مثال فرضي):

المتغيرات				
	i	L	I	E
المشاهدات	1	5	2.5	1
	2	3	1	0.7
	3	2.5	2	1
	4	4	3	2.6
	5	4.5	3.2	2.5
	6	1.5	1	0.8

• نحدد الأوساط الحسابية والانحرافات المعيارية:

المتغيرات	الأوساط الحسابية	الانحراف المعياري
L	3.417	1.2047
I	2.117	0.8764
E	1.433	0.7972

• نحسب الارتباط بين المتغيرات، ويعطى بالمصفوفة التالية:

	L	I	E
L	1		
I	0.791	1	
E	0.532	0.858	1

* - دراسة القيم الخاصة والمناحي الخاصة: (**)

القيم الخاصة Valeurs Propres لمصفوفة بيانات A عبارة عن حل المعادلة التالية:
 $|A - \lambda I| = 0$. أما المناحي الخاصة /العوامل/ Vecteur Propre فتحدد بواسطة الصيغة التالية: $(A - \lambda_i I)u_i = 0$.

دراسة القيم الخاصة والمناحي (العوامل) الخاصة:

القيم الخاصة	التباين الكلي %	التباين التجميعي %
$\lambda_1 = 2.4622$	82.07%	82.07%
$\lambda_2 = 0.4709$	15.77%	97.77%
$\lambda_3 = 0.0669$	2.23%	100%

القيمة λ_1 و λ_2 من القيم الخاصة تشكل أكثر من 97% من التباين الكلي، لذلك سندرس الآن توزيع المتغيرات ضمن الفضاء الشعاعي للعاملين I و II. (** ملاحظة: لمزيد من المعلومات لحساب القيم والعوامل راجع المصفوفات.

* المناحي الخاصة للمناحي الخاصة للقيمة الخاصة λ_1	* المناحي الخاصة المقابلة للقيمة الخاصة λ_2
0.5421	0.7530
0.6236	-0.0631
0.5632	-0.6550

والمناحي الخاصة (عبارة عن معاملات المتغيرات المركزية المختصرة المعيارية للمعادلة الخطية للمحاور الرئيسية).

* - تمثيل المتحولات **Représentation des variables**:

تحسب إحداثيات المتحولات من العلاقة التالية: $a_i = \alpha_i \sqrt{\lambda_i}$

$$\text{المحور الأول: المتحول I.} = 0.6236 \cdot \sqrt{2.4322} = 0.8526$$

$$\text{المحور الثاني.} = 0.7530 \cdot \sqrt{0.4709} = 0.5167$$

$$\text{المحور الأول: المتحول II} = 0.6236 \cdot \sqrt{2.4622} = 0.9785$$

$$\text{المحور الثاني} = -0.0631 \cdot \sqrt{0.4709} = -0.0433$$

$$\text{المحور الأول: المتحول III} = 0.5632 \cdot \sqrt{2.4622} = 0.8837$$

$$\text{المحور الثاني} = -0.6550 \cdot \sqrt{0.4709} = -0.4495$$

وترتب النتائج على الشكل التالي:

المتحولات	المحور الأول F ₁	المحور الثاني F ₂
L	0.8506	0.5167
I	0.9785	-0.0433
e	0.8837	-0.4495

• تمثيل المشاهدات :Présentation des Sujets

لحساب إحدائيات المشاهدات الملاحظة i المحور الأفقي يمثل العامل h وبحسب من

العلاقة التالية:

$$a_{i(h)} = \sum_{j=1}^P x_{ij} \cdot S_j$$

حيث X_{ij}: البيانات المختصرة.

S_j: مكونة ز للعامل الخاص h.

P: عدد العوامل المعتبرة.

الملاحظة (الفرد الأول) الإحدائيات على المحور I:

$$= \frac{5-3.4167}{1.3197} \cdot 0.5421 + \frac{0.5-2.1167}{0.9600} \cdot 0.6236 + \frac{1-1.4333}{0.8733} \cdot 0.5632 = 0.6199$$

الإحدائيات على المحور II:

$$= \frac{5-3.4167}{1.3197} \cdot 0.4530 + \frac{2.5-2.1167}{0.9600} \cdot (-0.0631) + \frac{1-1.4333}{0.8733} \cdot (-0.6550) = 1.2032$$

$$= \frac{X_{ij} - \bar{X}_j}{S_i} \cdot V_p \cdot \lambda_1 + \dots +$$

وهكذا بالنسبة لباقي المشاهدات، وترتب النتائج وفق الجدول (2):

جدول (2): يبين إحدائيات المشاهدات على المحورين الأول والثاني لـ ACP.

المشاهدات	المحور الأول F ₁	المحور الثاني F ₂
1	0.6199	1.2032
2	-1.3694	0.3857
3	-0.7318	-0.1904
4	1.5658	-0.6002
5	1.8366	-0.2531
6	-1.9212	-0.5452

• دائرة معامل الارتباط Cercle de Corrélacion:

ضمن فضاء المتحولات، إذا اعتبرنا كل المكونات (وهي $P = 3$) يكون لدينا $\sum \alpha_i^2 = 1$ ، فكل متحول يتحدد بنقطة على محيط دائرة الارتباط، وبحسب الموضع المقابل للمتحول L على الشكل التالي:

$$OL = \sqrt{\alpha_i^2} = \sqrt{0.8506^2 + 0.5167^2} = 0.9904 \approx 1$$

نستنتج أن تمثيل المتحول L على مخطط المحورين $II \times I$ يعتبر جيداً لأن قيمته قريبة من الواحد، وأن موضع نقاط الانتشار (للمتحولات) بالنسبة لمحيط الدائرة ستعطي فكرة عن نوعية تمثيل البيانات، إضافة لذلك (نقاط المتحولات) ستكون قريبة من محيط الدائرة، وبالتالي فإن تمثيل البيانات أكثر دقة وأهمية (Cailliez et Pages, 1976).

• حساب \cos^2 للوحدات الإحصائية بالنسبة للمحاور العاملة:

تقديراً لنوعية التمثيل للوحدات الإحصائية، سندرس ما يسمى بمربع تجيب الزاوية θ_j بالنسبة لكل محور P، وليكن لدينا من أجل كل المحاور: $\sum_{j=1}^P \cos^2 \theta_j = 1$.

إذا حسبنا $\sum \cos^2 \theta$ للفضاء المأخوذ بعين الاعتبار (العوامل المرغوب تمثيلها)، فإن نوعية التمثيل أفضل بكثير، والتي ستكون قريبة من الواحد، إذا $\theta_{i(h)}$: تمثيل زاوية الشعاع المقابل للوحدة الإحصائية i بالنسبة للعامل h إذاً نلاحظ أن:

$$\cos^2 \theta_{i(h)} = \frac{\alpha_i^2}{\sum_{j=1}^P u_{ij}^2}$$

حيث إن: α_i : المحور الأفقي للملاحظة i بالنسبة للمحور h.

u_{ij} : البيانات المختصرة للملاحظة i.

مثال: لنحسب $\cos^2 \theta$ للملاحظة الأولى بالنسبة للمحور الأول:

$$\cos^2 \theta_{1(F_1)} = \frac{0.6199^2}{\left(\frac{5-3.4167}{1.3197}\right)^2 + \left(\frac{2.5-2.1167}{0.9600}\right)^2 + \left(\frac{1-1.4333}{0.8737}\right)^2} = 0.2082$$

وهكذا بالنسبة لباقي الملاحظات: كما في الجدول (3):

جدول (3): يبين قيم \cos^2 للملاحظات على المحورين الأول والثاني ACP.

$\cos^2\theta$	المحور الأول F_1	المحور الثاني F_2	Totale
1	0.2082	0.7847	0.9929
2	0.8690	0.0689	0.9379
3	0.7203	0.0488	0.7691
4	0.8673	0.1274	0.9947
5	0.9808	0.0186	0.9994
6	0.9254	0.0745	0.9399

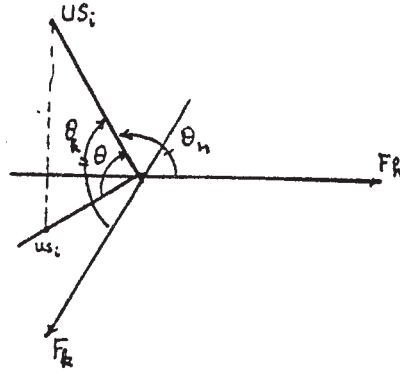
ومنه نستنتج تمثيلاً ممتازاً ضمن فضاء العوامل المأخوذة.

• حساب \cos^2 للوحدات الإحصائية عن المخطط (F_h, F_k) :

$$\cos^2 \theta(F_h, F_k) = \cos^2 \theta_h + \cos^2 \theta_k$$

تمثيل الوحدة الإحصائية i على مسطح المخطط F_h, F_k يكون أفضل بحساب مربعات

تجيب الزوايا $\cos^2 \theta_{(F_h, F_k)}$ ، والتي تقرب من الواحد الصحيح، كما هو موضح بالشكل (2):



الشكل (2) يبين تمثيل وحدة إحصائية على المخطط الهندسي.

• حساب مشاركة المتحولات x_i على المحور F_k كنسبة مئوية:

إن مشاركة المتحول x_i المستند على العامل المميز K المقابل له كما يلي:

$$C_{(x_i, F_k)} = 100 \cdot a_{ik}^2 / \sqrt{\sum_{i=1}^P a_k^2} = 100 \cdot a_{ik}^2$$

$$\sum a_{ik}^2 = 1 \text{ لأن}$$

مثال: مشاركة المتحولات على المحور الأول:

$$L: 100 \times 0.5421^2 = 29.38\% \text{ مشاركة المتحول } L.$$

$$I: 100 \times 0.6236^2 = 38.88\% \text{ مشاركة المتحول } I.$$

$$e: 100 \times 0.5632^2 = 31.71\% \text{ مشاركة المتحول } e.$$

مشاركة المتحولات على المحور الثاني:

$$L: 100 \times 0.7530^2 = 56.7\%$$

$$I: 100 \times (-0.0631)^2 = 0.398\%$$

$$e: 100 \times (-0.6550)^2 = 42.9\%$$

• حساب مشاركة المشاهدات على المحور F_k كنسبة مئوية:

وتحسب بواسطة الصيغة التالية:

$$C_{(i,F_k)} = 100 \cdot \beta_{ik}^2 / \sqrt{\sum_{i=1}^n \beta_{ik}^2}$$

$$= 100 \cdot \beta_{ik}^2 / (n-1) \cdot \lambda_k$$

حيث إن: β_{ik} : إحدائية الملاحظة i عن المحور F_k .

n : عدد المشاهدات.

λ_k : القيمة الخاصة المقابلة.

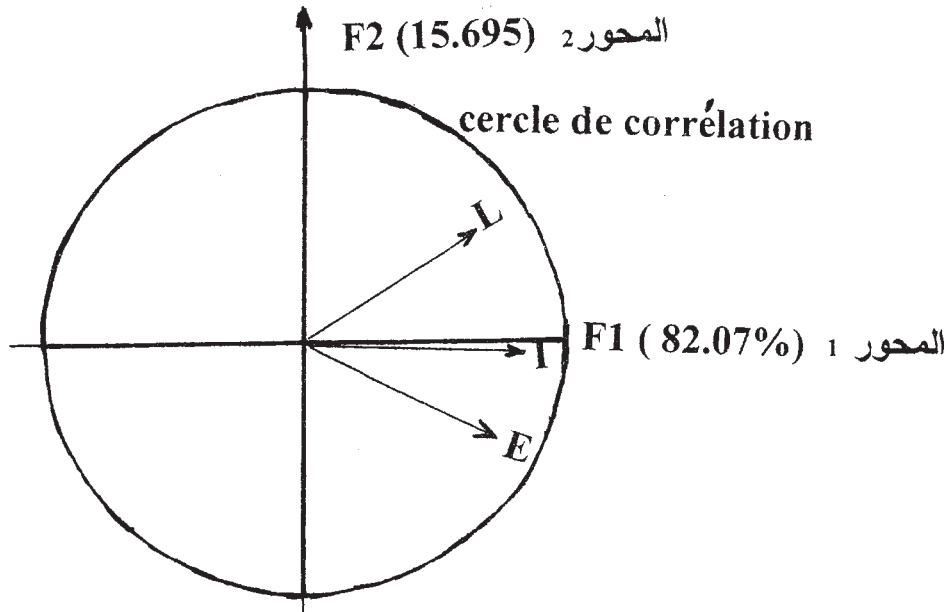
• مشاركة المشاهدات على المحور الأول كنسبة مئوية على النحو التالي:

1:	$100 \cdot 0.6499^2 / (6-1) \cdot 2.4622$	= 3.14%
2:	$100 \cdot (-1.3694)^2 / (6-1) \cdot 2.4622$	= 15.23%
3:	= 4.35%
4:	= 19.91%
5:	= 27.40%
6:	= 29.98%

• حساب مشاركة المشاهدات على المحور الثاني على النحو التالي:

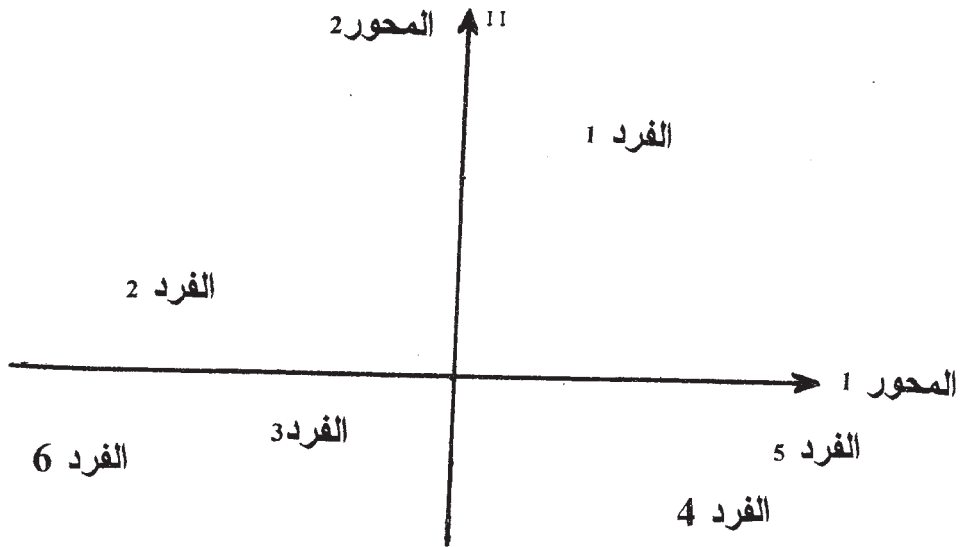
1:	$100 \cdot 1.2032^2 / (6-1) \cdot 0.4709$	= 61.48%
2:	$100 \cdot 0.3857^2 / (6-1) \cdot 0.4709$	= 6.32%
3:	= 4.35%
4:	= 19.91%
5:	= 27.40%
6:	$100 \cdot (-0.5452)^2 / (6-6) \cdot 0.4709$	= 12.62%

• التمثيل البياني لدائرة معامل الارتباط:



الشكل (3): تمثيل المتغيرات على المسطح العاملي للمحورين الأول والثاني لـ ACP (دائرة الارتباط).

تمثيل المشاهدات على المحور 2×1 : ACP:



الشكل (4): التمثيل البياني للمشاهدات على المحورين الأول والثاني لـ ACP.

2- التحليل العاملي التبادلي AFC:

ليكن لدينا توزيع /5/ أنواع من الحشرات يرمز لها بـ A, B, C, D, E في أربعة أوساط بيئية مختلفة، هي: وسط مائي، يرمز له بـ EAU، وسط أشنيات SPH، وسط تربة مع طحالب MSO، وسط صخور مملوءة بالطحالب MRO موزعة وفقاً للجدول (4):

جدول (4): يبين توزيع أربعة أنواع من الطحالب في أربعة أوساط مائية (مثال فرضي)

الأوساط الأنواع	وسط مائي EAU	وسط به أشنيات SPH	طحالب على تربة MSO	طحالب وصخور MRO	المجموع الكلي TOTAL
A	1	2	3	4	10
B	0	2	3	4	9
C	5	3	2	0	10
D	4	3	2	1	10
E	5	5	0	0	10
Σ	15	15	10	9	49

* حساب جدول التكرارات النسبية:

	EAU	SPH	MSO	MRO	P _i
A	1/49	2/49	3/49	4/49	10/49
B	0	2/49	3/49	4/49	9/49
C	5/49	3/49	2/49	0	10/49
D	4/49	3/49	8/49	1/49	10/49
E	5/49	5/49	0	0	10/49
Σ _{P_j}	15/49	15/49	10/49	9/49	1

* - حساب مصفوفة التباينات من الأعمدة Γ_{ik} وفق الصيغة التالية:

$$r_{ik} = \sum_{i=1}^1 P_{ij} \cdot P_{ik} / P_i \cdot \sqrt{P_j \cdot P_k}$$

مثال: حساب r₃₄:

$$r_{34} = \frac{3}{49} \cdot \frac{4}{49} / \frac{10}{49} \sqrt{\frac{10}{49} \cdot \frac{9}{49}} + \frac{3}{49} \cdot \frac{4}{49} / \frac{9}{49} \sqrt{\frac{10}{49} \cdot \frac{9}{49}} + 0 + \frac{2}{49} \cdot \frac{1}{49} / \frac{10}{49} \sqrt{\frac{10}{49} \cdot \frac{9}{49}} + 0$$

$$= 0.288$$

وهكذا بالنسبة لبقية أزواج المتغيرات، وترتب النتائج بالجدول التالي:

Γ _{ik}	EAU	SPH	MSO	MRO
EAU	0.447	0.360	0.171	0.069
SPN		0.343	0.201	0.171
MSO			0.270	0.288
MRO				0.386

ومنه نجد أن مجموع القطر يساوي T_r = 1.446

• حساب القيم الخاصة - النسبة المئوية للتباينات:

إن أول قيمة مميزة مساوية لـ 1/ الصحيح، مجموع القيم الخاصة التالية مساوية إلى

$$1.446 - 1 = 0.446 \text{ ومنه نجد أن:}$$

القيم الخاصة	النسبة المئوية %	الجمع التراكمي
λ_1	1	
λ_2	0.4143	92.9%
λ_3	0.0307	99.78%
λ_4	0.001012	100%

$$\text{ويتقسيم كل منها على } 0.446 \text{ تساوي } \frac{0.4143}{0.446} \times 100 = 0.9289.$$

وبالتالي يمكن أن نكتفي بالقيمتين الخاصتين الأولى والثانية لأنهما مقربتان من 1/.

وباستخدام الصيغة التالية نجد الأشعة الخاصة:

VP ₁	VP ₂
0.5765	0.2884
0.2475	-0.5956
-0.3536	0.6786
-0.6947	-0.3187

* - دراسة الأعمدة Les colonnes:

تحديد إحداثيات المتغيرات /الأعمدة/. إحداثيات المتحول Z تبعاً لمحور السينات F_α يحسب بالصيغة التالية:

$$\alpha_j = \alpha_j \sqrt{\lambda_{k+1} / P \cdot j}$$

حيث إن:

α_j : عبارة عن مكونات Z للشعاع المميز المقابل.

λ_{k+1} : القيم الخاصة المقابلة للعامل K. وبما أن القيمة الخاصة الأولى مساوية للواحد الصحيح، إذاً نبحث عن القيمة الخاصة الثانية.

مثال:

- متحول الوسط المائي: لحساب إحداثياته على المحور الأول السينات يساوي إلى:

$$\text{axe1} = 0.5765 \sqrt{0.4143 \times 49/15} = 0.671$$

إحداثياته على المحور العمودي الثاني: يساوي إلى:

$$\text{axe2} = 0.2884 \sqrt{0.0307 \times 49/15} = 0.091$$

- متحول وسط الأثنيتات:

$$axe1 = 0.2475\sqrt{0.4143 \times 49/15} = 0.290$$

$$axe2 = -0.5956\sqrt{0.0307 \times 49/15} = -0.189$$

وهكذا بالنسبة لبقية المتحولات كما في الجدول (5):

جدول (5): يبين إحدائيات الأوساط على المحورين الأول والثاني لـ AFC.

متغيرات	المحاور	المحور الأول axe1	المحور الثاني axe2
EAU		0.671	0.091
SPH		0.290	-0.189
MSO		-0.503	0.263
MRO		-1.042	-0.130

• تفسير النتائج Interpretation:

حساب \cos^2 للمتحولات بالنسبة لموقعها على المحاور:

تسمح بدراسة الاقتراب بين المتغيرات والمحاور، أي بمعزل عن الروابط بين المتغيرات والعوامل.

إن \cos^2 للمتحول ز مع العامل h يحسب وفق الصيغة التالية:

$$\cos^2(j, h) = \frac{a_j^2(h)}{\sum_{j=1}^P a_j^2(P)}$$

حيث إن: P: عدد العوامل المأخوذة بالاعتبار.

$a_j(h)$: إحدائيات المتحول ز بالنسبة للمحور h axe.

• فمثلاً بالنسبة للوسط المائي:

$$axe1 = \frac{0.671^2}{0.671^2 + 0.091^2} = 0.982$$

$$axe2 = \frac{0.091^2}{0.671^2 + 0.091^2} = 0.018$$

وهكذا بالنسبة لبقية المتحولات كما في الجدول (6):

جدول (6): يبين قيم \cos^2 للمتحولات على المحورين الأول والثاني لـ AFC.

\cos^2	محور axe1	محور axe2
EAU	0.082	0.018
SPH	0.702	0.298
MSO	0.785	0.215
MRO	0.985	0.015

• مشاركة المتحولات في التباين المفسر بواسطة المحاور **Les contributions**:

إن مشاركة المتحول z في التباين المفسر بواسطة المحور K يمكن تحديده بالعلاقة التالية:

$$C_{(j,k)} = 100a_j^2 \text{ أو } 100a_j^2 \cdot \frac{P_j}{\lambda_{k+1}}$$

مع المحور الأول: $100 \times 0.5765^2 = 33.2\%$

مع المحور الثاني: $100 \times 0.2884^2 = 8.3\%$

وهكذا بالنسبة لباقي المتحولات نجد أنها تساوي:

%	محور axe1	محور axe2
EAU	33.2	8.3
SPH	6.2	35.5
MSO	12.4	46.0
MRO	48.1	10.2

• دراسة الأسطر في جدول البيانات **Les lignes**:

حساب إحداثيات الوحدات الإحصائية/الأسطر:

إن محور السينات للوحدة الإحصائية i يقع على المحور F_k ويحسب من العلاقة التالية:

$$\beta_i = \frac{1}{P_i} \cdot \frac{1}{\sqrt{\lambda_{k+1}}} \cdot \sum_{j=1}^c P_{ij} \cdot a_j$$

حيث إن: C : عدد الأعمدة.

λ_{k+1} : القيمة الخاصة المقابلة.

a_j : إحداثيات المتحول تبعاً للمحور F_k .

-1 بالنسبة للنوع A :

إحداثيات على المحور $axe1$:

$$axe1: \frac{49}{10} \cdot \frac{1}{\sqrt{0.4143}} \left(0.671 \frac{1}{49} + 0.290 \times 2/49 + (-0.503) \cdot \frac{3}{49} + (-1.042) \times 4/49 \right) = 0.688$$

إحداثيات على المحور الثاني axe2:

$$axe2: \frac{49}{10} \cdot \frac{1}{\sqrt{0.0307}} \left(0.091 \frac{1}{49} + (-0.189) \cdot 2/49 + 0.263 \cdot \frac{3}{49} + (-0.130) \cdot 4/49 \right)$$

$$= -0.0101$$

وهكذا بالنسبة لبقية الإحداثيات للأنواع الأخرى كما في الجدول (7):

جدول (7): يبين إحداثيات الأنواع على المحورين الأول والثاني لـ AFC.

الإحداثيات	محور axe1	محور axe2
A	-0.688	-0.010
B	-0.880	-0.065
C	0.500	0.238
D	0.234	0.112
E	0.746	-0.277

• تفسير نتائج دراسة الأسطر (الأنواع):

- مربعات تجيب \cos^2 الأنواع المدروسة (الوحدات الإحصائية بالنسبة للمحاور، أي بمعنى أنها تسمح بدراسة الروابط المتواجدة بين مختلف الوحدات الإحصائية والعوامل الأخرى.

تجيب زاوية الوحدة الإحصائية i بالنسبة للمحور F_k تساوي:

$$\cos^2_{(i,k)} = \frac{\beta_{i(k)}^2}{\sum_{j=1}^P \beta_{i(j)}^2}$$

حيث إن P : عدد العوامل المأخوذة بالاعتبار.

$\beta_{i(k)}$: إحداثيات الملاحظة أو النوع i بالنسبة للمحور F_k .

مثال: \cos^2 النوع E :

$$\text{بالنسبة للمحور الأول: } axe1: \frac{0.746}{0.746^2 + (-0.277)^2} = 0.879$$

$$\text{المحور الثاني: } axe2: \frac{(-0.277)}{0.746^2 + (-0.277)^2} = 0.121$$

وهكذا بالنسبة لباقي الأنواع، نجد أنها تساوي كما في الجدول (8):

جدول (8): يبين قيم \cos^2 للأنواع على المحورين الأول والثاني لـ AFC.

\cos^2	محور axe1	محور axe2
A	0.999	0.000
B	0.994	0.006
C	0.815	0.185
D	0.814	0.186
E	0.079	0.121

• مشاركة الوحدات الإحصائية في التباين المفسر بواسطة المحاور:

إن مشاركة النوع i في التباين المفسر بواسطة المحور F_k معبراً عنه كنسبة مئوية، ويساوي إلى:

$$C_{(i,k)} = 100 \cdot \beta_i^2 \cdot \frac{P_i}{\lambda_{k+1}}$$

- نسبة مشاركة النوع A في المحور الأول axe1:

$$axe1: 100 \cdot (-0.688)^2 \cdot \left(\frac{10}{49}\right)^2 / 0.4143 = 23.3\%$$

$$axe2: 100 \cdot (-0.01)^2 \cdot \left(\frac{10}{49}\right)^2 / 0.0307 = 0.1\%$$

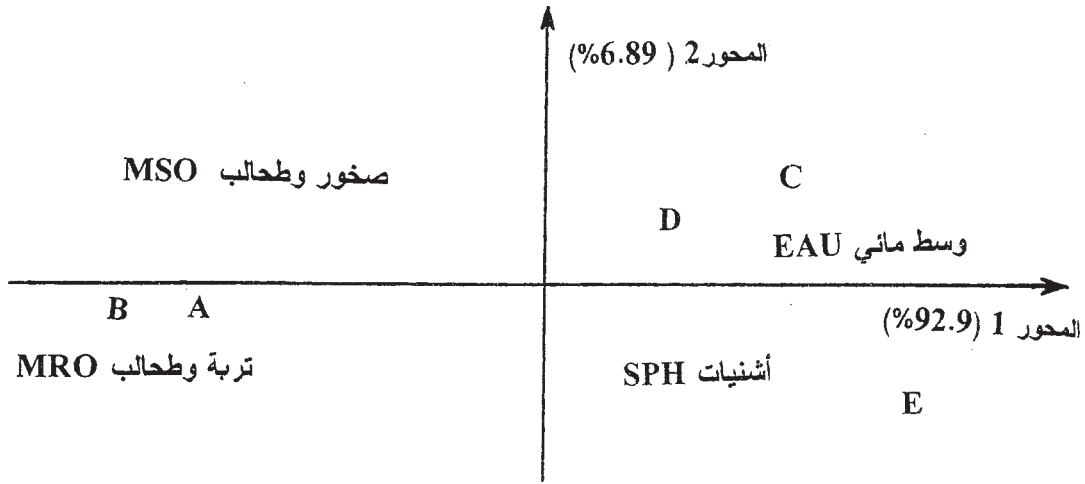
وهكذا بالنسبة لبقية الأنواع، نجد أنها تساوي كما في الجدول (9):

جدول (9): يبين قيم التباين المفسر للأنواع بواسطة المحورين الأول والثاني لـ AFC.

%	محور axe1	محور axe2
A	23.3	0.1
B	34.3	2.9
C	12.3	37.7
D	2.7	8.3
E	27.4	51.1

- التمثيل البياني المزدوج 1×2 / Plan factoriel / الأعمدة \times والأسطر:

استناداً إلى إحداثيات نقاط الانتشار: الأعمدة والأسطر واسقاطاتها على المخطط العملي 2×1 وفق الشكل (5):



الشكل (5): يبين المخطط العاملي "متحولات × أنواع" للمحورين الأول والثاني معاً لـ AFC.

46%) والأنواع C و E (37.7% و 51.1%) في هذه الأثناء القيم القليلة لـ \cos^2 لا تسمح بتفسير العامل المقابل.

4- دراسة مقارنة بين طريقة التحليل التقابلي AFC وطريقة ACP:

لنفترض أن لدينا جدول بيانات متعددة المتغيرات، في أغلب الأحيان لا يمكن تحليلها مباشرة، بصورة دقيقة، تعكس حقيقة وطبيعة البيانات، والظواهر التي تمثلها، كما لا يمكن الحصول منها على تمثيل بياني محدود الأبعاد، يمكن تفسيره بشكل صحيح.

إن استعمال الطرق الإحصائية الكلاسيكية لمقارنة المتغيرات بطريقة الأزواج طريقة معقدة وطويلة، إضافة لذلك، تتطلب توافر عدة شروط تطبيقية: طبيعة توزيع البيانات والقوانين الاحتمالية

• النتيجة النهائية Conclusion:

المحور I: يقابل متحول المياه EAU بالنسبة لـ SPH، والمتحولين SPH و MRO، في حين المتحولان الوسط المائي EAU و MRO هما المتحولان اللذان يشتركان بدرجة كبيرة في تحديد التباين المفسر بواسطة المحاور، أي 23.2% و 48.1%.

- إن قيم تجيب الزوايا القريبة من الواحد هما 0.982 و 0.985 تعبر بالواقع عن روابط ذات أهمية مع العامل المدروس بواسطة هذا المحور، أما ما يتعلق بالأنواع (الأسطر)، المحور I يقابل الأنواع A و B أي الأنواع البرية بالنسبة للأنواع المائية (C, D, E)، وبالتالي المحور I يحقق تدرجاً بالنسبة للظروف الرطبة، أي المياه.

المحور II: يتصف بمشاركة فعالة للمتحولين MSO و SPH (35.5% و

فضاء شعاعي محدود الأبعاد /المتجهات/،
بمعنى أن العلاقة بين الوحدات الإحصائية
أو بين المتغيرات تُعرض في أفضل وجه
ممكن.

وتشكل هذه الطرق أسلوباً رائعاً
يسمح بتوضيح البنى الهيكلية للبيانات،
وتوزيعها بصورة معنوية وفعالة يحددها
للمتغيرات أو الأفراد التي تظهر مشاركة
هامية في تشكيل المتجهات الرئيسية، وذلك
بتفسير تدريجي للمتجهات، والتأكيد على
العوامل المسؤولة عن هذا التوزيع كما في
الجدول (10).

الخاصة لها...الخ، بينما طرق التحليل
العاملية لا تتطلب إخضاع البيانات لأية
تحويلات تقربها من التوزيع الطبيعي.
وينصح (Benzecri, 1973) باستخدام
موديل رياضي ملائم لمعالجة البيانات وفق
عدة مقاييس، بهدف الوصول إلى طريقة
تستخلص البنى الهيكلية للبيانات دون حذف
مخل بجوهرها.

فالتحليل العاملية بطريقة ACP
وبطريقة AFC يعطي حلاً ناجحاً للمسألة
المطروحة، وتظهر الطريقتان أهمية
الإحصاء الوصفي في تمثيل مجموعة من
المشاهدات لعدد من المتغيرات ضمن

جدول (10): مقارنة بين طريقة التحليل AFC وطريقة التحليل ACP.

1- الجداول Tableaux	
طرق التحليل بطريقتي المكونات الأساسية ACP	طرق التحليل العاملية التبادلي AFC
- يطبق حصراً على جداول القياسات الكمية	- يطبق على جداول التوافق - المركبة التكرارية
2- الأصل Origine	
Spearman, Brut, Pearson, Hotelling	Kendall-Benzecri, Cordier
3- الأهداف Buts	
تمثيل البيانات متعددة المتغيرات على مسطح فضاءي محدود الأبعاد. مع الحد الأدنى من فقدان المعلومات المتعلقة بالمتغيرات المدروسة	
4- البيانات Données	
بيانات كمية فقط	كمية أو نوعية
5- الجداول Tableaux	
جداول القياسات	جداول النوعية - التكرار - الجداول المنطقية - التوافق
6- توزيع البيانات Distribution des données	
لا تتطلب طرق التحليل العاملية أية فروض سابقة حول توزيع البيانات	
7- الخصائص والمزايا	
الخاصة (1): تعمل على تنظيم البنى الهيكلية ضمن فضاءات عاملة متعددة الاتجاهات	
تستند إلى قياس إقليدس Distance euclidienne	تستند إلى قياس كاي مربع Distance du χ^2
تتصف بضرورة حساب الدرجة المعيارية لتخفيف حالة عدم التجانس حيث إن: $X = \frac{x_{ij} - x_j}{s_j}$	

تابع جدول (10)

8- التمثيل البياني Représentation																							
ACP	AFC																						
تعتمد على تمثيل بياني مستقل للمتغيرات عن المشاهدات أو الأفراد	تمثيل مزدوج للمتغيرات × المشاهدات على نفس المسطح (المخطط البياني)، وهذا يسهل عملية التفسير وتحليل النتائج																						
9- المبدأ العام Principe																							
<p>في فضاء التغيرات بطريقة ACP. نقطة ابتداء التحليل لمصفوفة التباين المشترك Matrice covariance إذا كان F_1, F_2, F_p تمثل عوامل مختلفة، كل عامل يحدد بواسطة موديل وفق النموذج التالي:</p> $\vec{x} = \alpha_1 \vec{F}_1 + \alpha_2 \vec{F}_2 + \dots + \alpha_p \vec{F}_p$ <p>مع أن $\sum_{i=1}^p \alpha_i^2$</p> <p>والتي تشكل مكونات العوامل الخاصة (المناحي الخاصة والتي تقابلها القيم الخاصة) الخاصة $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_p$ مع الإشارة إلى λ_K تقابل تباين العامل K قبل أن يحدد موقع النقاط والتي تمثل ارتباطها مع المحاور العاملة وكل إحدائية من الإحداثيات تضرب بواسطة الجذر التربيعي للقيم الخاصة المقابلة لها وفق التالي:</p> $a_K = \alpha_K \sqrt{\lambda_K}, a_1, a_2, \dots, a_p$ <p>والتي تمثل مشاركة المتغيرات x تبعاً للمحاور العاملة، مجموع القيم الخاصة تقابل التباين الكلي لسحابة نقاط الانتشار، قبل تسلمل العوامل نحسب مشاركة كل واحد بالنسبة للتباين الكلي Inertie totale ويعطى على شكل نسبة مئوية</p> $C_i = 100 \frac{\lambda_i}{\epsilon_\lambda}$	<p>يسمح التحليل بطريقة AFC بوصف عوامل الاقتران بين الأسطر والأعمدة لجدول البيانات، مع الأخذ بعين الاعتبار الأهمية الخاصة لكل منهما، وتوضيح ذلك بين العناصر المكونة لهذه الأسطر، أو الأعمدة على قاعدة معامل الاقتران.</p> <p>نقطة الابتداء تستند إلى أساس مصفوفة جداء العوامل الاحتمالية المرجحة مع مراعاة التوزيع الحالي للأفراد. وفيما يلي التسلسل في معالجة الجداول الإحصائية AFC.</p> <p>المتغيرات P عنصراً</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td></td> <td>J</td> <td>T</td> </tr> <tr> <td>i</td> <td>n_{ij}</td> <td>$n_i = \sum_j n_{ij}$</td> </tr> <tr> <td>T</td> <td>$h_j = \sum_i n_{ij}$</td> <td>$n = \sum_{i,j} n_{ij}$</td> </tr> </table> <p style="text-align: center;">↓</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td></td> <td>J</td> <td>T</td> </tr> <tr> <td>i</td> <td>$P_{ij} = \frac{n_{ij}}{N}$ احتمال اقتران i مع j</td> <td>$P_i = \sum_j P_{ij}$ احتمال وجود i مهما كانت j</td> </tr> <tr> <td>T</td> <td>$P_j = \sum_i P_{ij}$ احتمال وجود j مهما كانت i</td> <td></td> </tr> </table> <p style="text-align: center;">↓</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td></td> <td>K</td> </tr> <tr> <td>j</td> <td>r_{jk}</td> </tr> </table> $r_{jk} = \sum_{i=1}^I P_{ij} \cdot P_{ik} / P_i \cdot \sqrt{P_j \cdot P_k}$ <p>يعطى التباين بين الأعمدة بالنسبة للتباين الكلي ويعطى على شكل مصفوفة قطرية.</p>		J	T	i	n_{ij}	$n_i = \sum_j n_{ij}$	T	$h_j = \sum_i n_{ij}$	$n = \sum_{i,j} n_{ij}$		J	T	i	$P_{ij} = \frac{n_{ij}}{N}$ احتمال اقتران i مع j	$P_i = \sum_j P_{ij}$ احتمال وجود i مهما كانت j	T	$P_j = \sum_i P_{ij}$ احتمال وجود j مهما كانت i			K	j	r_{jk}
	J	T																					
i	n_{ij}	$n_i = \sum_j n_{ij}$																					
T	$h_j = \sum_i n_{ij}$	$n = \sum_{i,j} n_{ij}$																					
	J	T																					
i	$P_{ij} = \frac{n_{ij}}{N}$ احتمال اقتران i مع j	$P_i = \sum_j P_{ij}$ احتمال وجود i مهما كانت j																					
T	$P_j = \sum_i P_{ij}$ احتمال وجود j مهما كانت i																						
	K																						
j	r_{jk}																						

/المتغيرات/ والأسطر
/المشاهدات/ في آن واحد على
نفس المخطط العاملي يسمح لنا
بدراسة دقيقة لتوزيع المشاهدات
وفق اقترانها مع بعضها البعض
أو وفق ارتباطها مع بعض
المتغيرات. من هنا نبين أهمية
هذه التقنيات في الدراسات
الإحصائية ولاسيما أن توفر
الحاسوب كأداة لتسهيل هذا
الأسلوب وعلى وجه الخصوص
في الدراسات البيئية أو الاقتصادية
أو الاجتماعية والتي تعالج التأثير
المتبادل من عدة متغيرات في آن
واحد وعلى مجموعة أو عدة
مجموعات من المشاهدات.

المقترحات والتوصيات:

- نستخلص مما تقدم أن مختلف طرق التحليل العاملي متعدد المتغيرات تؤدي بالنتيجة إلى الملاحظات التالية:
- وصف دقيق لجداول البيانات متعددة المتحولات.
- تبويب ودراسة البنى الهيكلية الكامنة في صلب جداول البيانات.
- وصف مجموعات المشاهدات الناجمة عن التحليل العاملي.
- تعتبر هذه التقنيات من أفضل الأساليب الإحصائية التي تصور بشكل دقيق وبواسطة مخططات بيانية البنى الهيكلية للبيانات من خلال توزيع البيانات وتحديد العوامل المسؤولة عن التوزيع.
- إن إسقاط انتشار الأعمدة

REFERENCES

المراجع

- ANDERSON T. W., 1958. – An Introduction to Multivariate Analysis. Wiley. New – York.
- BARTLETT M., 1933. – On the Theory of Statistical Regression. Proc. R. soc. Edinbu., 53.
- BENZECRI J. P. et al. 1973. – L'analyse des données. Tom 1. La taxonomie. Tom 2. l'analyse des correspondances. Dunod, Paris, Fr. 615 et 619 PP.
- BENZECRI J. P. et al. 1980. – Pratique de l'analyse des données: analyse des correspondances. Exposées élémentaire. Bordas, Paris. 424P.
- CAILLIEZ F., PAGES J. P. 1976. – Introduction à l'analyse des données. SMASH. PARIS. 616 P.
- ESCOPIER B. PAGES j. P. 1988. – Analyses factorielles simples et multiples. Dunod. Paris. 242P.
- HOTELLING H. 1936. Relation between tow sets of variates. Biometrika, 28, 129-149.
- JAMBU M. 1973. Introduction à l'analyse des données: les methods de classification automatique. Consmaton, 3.
- LEGENDRE L. et LEGENDRE P. 1984; - Ecologie numérique 1: Le traitement multiple des données écologiques. Masson, Paris et les presses de l'Université LAVAL. Québec 2 éme éd.
- PEARSON K. 1901. – On lines and planes of calsest fit to systems of poits in spaces. Phill. Mag. 2.
- PIELOU E. C. 1975. – Mathematical Ecology. Wiley intersciences, New – York.
- RAO C. A., 1952. – Advanced Statistical methods in biometric research. Wiley J. New – York.
- SPEARMAN C. 1904. – General intelligence objectively determined and measured. Am J. Psychol. 15.